



SEARA DA CIÊNCIA CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Bassalo



A Dualidade Onda-Partícula de de Broglie.

Nos primeiros vinte e cinco anos do Século 20, um dos problemas mais intrigantes da Física, era o **caráter dual da luz**, uma vez que em certos fenômenos ela se apresentava como onda, caráter esse observado nas experiências de difração e interferência, e em outros fenômenos se apresentava como corpúsculo, caráter esse observado no espalhamento da luz pela matéria, constatado pelo físico norte-americano Arthur Holly Compton (1892-1962; PNF, 1927), em 1923, o famoso **espalhamento (efeito) Compton** (vide verbete nesta série). Aliás, é oportuno notar que a primeira evidência sobre o momento linear (p) (característica corpuscular) da luz havia sido observada pelo físico russo Pyotr Nikolayevich Lebedev (1866-1912), em 1899 (*Archives des Sciences Physique et Naturelles* **8**, p. 184), ao realizar experiências sobre a pressão exercida pela luz sobre os corpos, pressão essa prevista pela Teoria Eletromagnética Maxwelliana (1873). Por outro lado, uma primeira conjectura do caráter dual da luz foi apresentada, em 1909, em trabalhos independentes, dos físicos, o germano-norte-americano Albert Einstein (1879-1955; PNF, 1921), ao estudar o equilíbrio termodinâmico da radiação eletromagnética, e o alemão Johannes Stark (1874-1957; PNF, 1919), ao explicar o **Bremsstrahlung** (“Radiação de frenagem”). Contudo, a primeira relação formal entre p e o comprimento de onda (λ) da luz, foi apresentada por Einstein, em 1916, em dois artigos nos quais estudou a radiação eletromagnética (luz) Planckiana do corpo negro. Com efeito, ele demonstrou que: $h\nu = hc/\lambda = mc^2 = pc \rightarrow p = h/\lambda$. Aí está, portanto, o caráter dual da luz, já que as características ondulatória (λ) e corpuscular (p) não são independentes. Aliás, foi nesses artigos que Einstein apresentou a idéia de **emissão estimulada** da luz, base para o desenvolvimento do **maser** (“Microwave Amplification by Stimulated Emission Radiation”) e do **laser** (“Light Amplification by Stimulated Emission Radiation”), na década de 1950.

O problema do caráter dual da luz referido acima fascinou o físico francês, o Príncipe Louis Victor Pierre Raymond de Broglie (1892-1987; PNF, 1929), que passou a estudá-lo com mais detalhes, conforme ele descreve em seu livro intitulado **La Física Nueva y los Cuantos** (Editorial Losada, 1952). Usando a **Analogia Mecânico-Óptica**, da qual falaremos mais adiante, ele estendeu o caráter dual da luz para o elétron e toda a matéria. Vejamos como. Ao observar as órbitas dos elétrons no **átomo de Bohr**, de Broglie verificou que a estabilidade das mesmas envolvia números inteiros, fato esse que é característico, apenas, de fenômenos de interferência e de modos normais de vibração de uma corda fixa. Portanto, considerando esse caráter dual da luz, de Broglie formulou a hipótese de que o movimento do elétron, de massa m e velocidade v , em uma órbita circular atômica é guiado por uma **onda-piloto**, cujo comprimento de onda λ se relaciona com o seu momento linear ($p = m v$) da mesma maneira como acontece com o *quantum* de luz, ou seja: $p = m v = h/\lambda$. Ao considerar que esta “onda-piloto” é uma onda estacionária, ou seja, que cada órbita circular do elétron, de raio a e momento angular M , deve conter um número inteiro (n) de “ondas-piloto”, de Broglie demonstrou a misteriosa **regra de quantização de Bohr**, isto é: $2\pi a = n\lambda = n h/p \rightarrow p a = M = n h/2\pi$ (vide verbete nesta série).

Agora, vejamos a **Analogia Mecânico-Óptica**. Em agosto de 1657, o matemático francês Pierre Fermat (1601-1665) escreveu uma carta (*Epistolae* 42) a Monsieur Cureau de la Chambre, na qual enunciou o seu famoso **Princípio do Tempo Mínimo**: *A Natureza sempre escolhe os menores caminhos*. De acordo com esse princípio, observou Fermat, a luz sempre leva o menor tempo para seguir a sua trajetória. Na notação atual, esse Princípio significa dizer que a integral $\int_{P_1}^{P_2} dt = \int_{P_1}^{P_2} ds/v$, assume um valor mínimo quando a luz viaja com a velocidade v , entre os pontos P_1 e P_2 .

Embora tal princípio já fosse do conhecimento do filósofo grego Aristóteles de Siracusa (384-322), de haver sido utilizado pelo matemático e inventor grego Heron de Alexandria (c. 20 A.D.- ?) e, mais tarde, pelo físico e matemático iraquiano Abu-'Ali Al-Hasan Ibn Al-Haytham (Al-Hazen) (c. 965-1038) na explicação da Lei da Reflexão da Luz, foi Fermat quem, em 1661, a utilizou para demonstrar a Lei da Refração da Luz [Morris Kline, **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times** (Oxford University Press, 1972); Sir Edmund Whittaker, **A History of the Theories of Aether and Electricity** (Thomas Nelson and Sons, 1952)].

Por outro lado, em 1744 (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, p. 417), o matemático francês Pierre Louis Maupertuis (1698-1759) formulou o **Princípio da Mínima Ação**: *Quando há qualquer mudança na Natureza, a quantidade de ação necessária para essa mudança, é a menor possível*. Ele postulou que a **ação** dependia da massa (m), da velocidade (v) e da distância (s) percorrida por um corpo, ou seja: $\text{ação} = m v s$. Note-se que Maupertuis chegou a esse princípio, tentando encontrar uma base racional e metafísica entre a Óptica Geométrica e a Mecânica Newtoniana [Wolfgang Yourgrau and Stanley Mandelstam, **Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory** (Dover, 1979)]. Ainda em 1744, o matemático suíço Leonard Euler (1707-1783) publicou o livro intitulado **Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimae proprietate gaudentes sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti** ("Um método de descobrir linhas curvas que apresentam a propriedade de máximo ou mínimo ou a solução do problema isoperimétrico tomado em seu sentido mais amplo"), escreveu o Princípio de Maupertuis da seguinte forma (em notação atual): $\delta \int v ds = \delta \int v^2 dt = 0$. É interessante destacar que, além de razões físicas, Maupertuis e Euler alegavam razões teológicas para justificar esse Princípio, pois, diziam eles, as leis do comportamento da Natureza possuem a perfeição digna da criação de Deus.

Observando os dois Princípios, de Fermat e de Maupertuis-Euler, vê-se que, no primeiro, a velocidade aparece inversamente, enquanto no segundo, diretamente relacionada ao deslocamento (ds). Em virtude disso, durante muito tempo não se conseguiu encontrar uma analogia entre tais Princípios. Contudo, com os trabalhos desenvolvidos pelos matemáticos, o irlandês Sir William Rowan Hamilton (1805-1865), em 1835 (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Part II*, p. 247) e o alemão Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851), em 1837 (*Journal für Reine und Angewandte Mathematik* 17, p. 97), foi possível encontrar a analogia referida acima. Em seu trabalho, Hamilton havia obtido um par de equações diferenciais – as famosas **Equações de Hamilton** (EH) – envolvendo o hoje conhecido **operador Hamiltoniano** $H = E = T + V$, isto é, a **energia total** (E) é igual a soma da **energia cinética** (T) e da **energia potencial** (V), partindo de um princípio variacional que havia deduzido no ano anterior, qual seja: $\delta S = \delta \int L(q, \dot{q}, t) dt$, onde S é a conhecida **ação Hamiltoniana** e L representa o **operador Lagrangeano**, definido por $L = T - V$ e que havia sido introduzido pelo matemático francês Siméon Denis Poisson (1781-1840), em 1809 (*Journal de l'Ecole Polytechnique* 8, p. 266). Foi ainda nesse trabalho que Poisson apresentou a definição do **momento canonicamente conjugado** p ($p = \partial L / \partial \dot{q}$, onde q é a **coordenada generalizada Lagrangeana** e \dot{q} é a **velocidade generalizada**

Lagrangeana). Por seu lado, Jacobi partiu das EH e encontrou uma nova equação – a conhecida **Equação de Hamilton-Jacobi** (EH-J) -, dada por: $\mathbf{H} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0$.

De posse dessa equação, Jacobi encontrou a função S para muitos problemas mecânicos. Por exemplo, considerando sistemas físicos para os quais H (p, q) não depende explicitamente do tempo t, ele mostrou que: $S(p, q, t) = W(p, q) - Et$, onde E é a energia do sistema físico e W é a **função característica de Hamilton**. Ainda usando essa solução, Jacobi demonstrou que: $(\Delta W)^2 = 2m(E - V) = 2mT = p^2 \rightarrow \Delta W = p$. Este último resultado significa que o momento p é perpendicular à superfície de W [= S_0 (t= 0)] constante. Por outro lado, essa equação é semelhante à **Equação Eikonal da Óptica Geométrica**, ou seja: $(\Delta \Gamma)^2 = n^2 \rightarrow \Delta \Gamma = n$, onde Γ é chamada de **eikonal** (do grego *eikon*, que significa imagem) e n é o **índice de refração**, que varia de posição, isto é: $n(\mathbf{r})$. Registre-se que as superfícies em que Γ é constante são superfícies de fase óptica constante e, portanto, define frentes de ondas luminosas, cujos raios luminosos correspondentes a essas frentes de ondas lhe são perpendiculares. Essa semelhança ficou conhecida como a **Analogia Mecânico-Óptica**.

Registre-se que quando de Broglie formalizou suas idéias sobre a **onda de matéria** [publicadas nas *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences de Paris* **177**, pgs. 507; 548; 630 (1923); **179**, p. 39 (1924)] e apresentou-as, ainda em 1924, como Tese de Doutorado, intitulada **Recherche sur la Théorie des Quanta**, à *Faculdade de Ciências da Universidade de Paris* (Sorbonne), houve um certo embaraço por parte dos professores que iriam julgá-la, uma vez que essa Tese fugia as cânones tradicionais da Física. Assim, ela foi encaminhada ao físico francês Paul Langevin (1872-1946) para julgamento. De imediato, ele enviou uma cópia ao seu amigo Einstein que, por sua vez, pediu ao físico alemão Max Born (1882-1970; PNF, 1954) uma opinião séria sobre a mesma, escrevendo-lhe: *Leia isto! Embora pareça ter sido escrito por um louco, está escrito corretamente*. Quando Einstein devolveu a Tese de de Broglie a Langevin, disse-lhe que podia aprová-la, já que a mesma continha muitas descobertas importantes. É oportuno destacar que a idéia da “onda de matéria de Broglieana” foi formalizada pelo físico austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961; PNF, 1933), em 1926, por intermédio da célebre **Equação de Schrödinger** (vide verbete nesta série).



[ANTERIOR](#)

[SEGUINTE](#)