



SEARA DA CIÊNCIA

CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Bassalo



O Potencial Quântico (V_{QB}) de Bohm e a Mecânica Quântica de de Broglie-Bohm.

A Mecânica Quântica Ondulatória de Schrödinger (MQOB) foi desenvolvida entre 1925 e 1926 nos trabalhos dos físicos, os alemães Max Born (1882-1970; PNF, 1954), Ernst Pascual Jordan (1902-1980) e Werner Karl Heisenberg (1901-1976; PNF, 1932), o austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961; PNF, 1933), e o inglês Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984; PNF, 1933) (vide verbetes nesta série). Essa Mecânica é traduzida pela célebre **equação de Schrödinger**:

$$\left[(-\hbar^2/2m)\Delta + V(\vec{r}, t)\right]\psi(\vec{r}, t) = i\hbar\partial\psi(\vec{r}, t)/\partial t,$$

onde $\psi(\vec{r}, t)$ é a função de onda, Δ é o **operador laplaciano** e $V(\vec{r}, t)$ é um dado potencial.

Depois da proposta dessa equação, surgiu uma questão intrigante, qual seja, a de saber o significado de ψ , conhecida como **função de onda de Schrödinger**. Apesar de o próprio Schrödinger apresentar, em 1926 (*Annales de Physique Leipzig* **81**, p. 136), uma interpretação para ela, a que hoje tem maior número de adeptos é a formulada por Born, também em 1926 (*Zeitschrift für Physik* **37; 38**, p. 863; 803), que a considerou como uma **amplitude de probabilidade**.

A essa interpretação de Born sobrepôs-se uma outra relevante questão. Será sempre possível observar uma grandeza física? A resposta a essa pergunta foi dada por Heisenberg, ao apresentar, em 1927 (*Zeitschrift für Physik* **43**, p. 172), o seu famoso **Princípio da Incerteza**:

É impossível obter exatamente os valores simultâneos de duas variáveis, a não ser dentro de um limite mínimo de exatidão.

A essas propostas de Born e de Heisenberg seguiu-se um formalismo matemático, a conhecida Mecânica Quântica Ondulatória de Schrödinger (MQOS) [que é uma Mecânica Quântica Não-Relativista (MQNR)], segundo a qual os valores médios de uma determinada grandeza física são calculados por intermédio de ψ . Em vista disso, a questão central dessa Mecânica seria relacionar essa função de onda com a medida do observável desejado. Assim, desenvolveu-se a famosa **Teoria do Colapso da Função de Onda**. Vejamos essa teoria.

Segundo o formalismo da MQOS, o resultado da medida de um dado observável, representado por um operador Hermitiano \hat{A} , é um de seus autovalores a , correspondente ao auto-estado $|a\rangle$, ou seja: $\hat{A}|a\rangle = a|a\rangle$. No entanto, nem sempre o estado $|\psi\rangle$ de um sistema físico é um auto-estado $|a\rangle$. Assim, surge a seguinte questão: como encontrar a medida do observável (a) correspondente àquele estado? Nesse caso, o estado do sistema físico considerado será uma superposição dos auto-estados $|a\rangle$, isto é: $|\psi\rangle = \sum_i |a_i\rangle \langle a_i|\psi\rangle$. Nessa expressão, $\langle a|\psi\rangle$ representa a **amplitude de probabilidade** de encontrar o sistema físico considerado no auto-estado $|a\rangle$. Este resultado traduz o **colapso da função de onda**, também conhecido como **redução da função (pacote) de onda**.

As aplicações do Princípio da Incerteza Heisenbergiana e da Teoria do Colapso da Função de Onda discutidas acima foram (e ainda são!) motivo de muita discussão entre os físicos, principalmente pelos paradoxos que delas

decorrem. Com efeito, a Relação de Incerteza Heisenbergiana foi objeto de uma grande discussão entre os físicos, o germano-suíço-norte-americano Albert Einstein (1879-1955; PNF, 1921) e o dinamarquês Niels Henrik David Bohr (1885-1962; PNF, 1922), nos *Quinto* e *Sexto Congressos de Solvay*, de 1927 e 1930, respectivamente. [Sobre essa discussão, ver: Paul Arthur Schilpp (Editor), **Albert Einstein: Philosopher-Scientist** (Open Court, 1970); e Max Jammer, **The Philosophy of Quantum Mechanics** (John Wiley and Sons, 1974).] Essa discussão decorreu, basicamente, do fato de que Bohr aceitava a interpretação Borniana da MQOS, conhecida como a famosa *interpretação de Copenhague*, e Einstein não a aceitava. Ou, em outras palavras: Bohr acreditava que descrevia completamente a realidade física, enquanto Einstein não acreditava. É oportuno acrescentar que o físico alemão Alfred Landé (1888-1975) em vários trabalhos publicados [*American Journal of Physics* **33**, p. 123 (1965); **34**, p. 1160 (1966); **37**, p. 541 (1969); **43**, p. 701 (1975)] sugeriu um caminho alternativo à *interpretação de Copenhague*.

A polêmica entre Bohr e Einstein foi retomada quando Einstein e os físicos, o russo Boris Podolsky (1896-1966) e o norte-americano Nathan Rosen (1909-1955) afirmaram, em 1935 (*Physical Review* **47**, p. 777), o hoje famoso **Paradoxo de Einstein-Podolsky-Rosen** ou **Paradoxo EPR**:

Se, sem perturbar um sistema físico, for possível prever com certeza (isto é, com a probabilidade igual a um) o valor de uma quantidade física, então existe um elemento da realidade física correspondente a essa quantidade física.

Esse paradoxo pode ser assim interpretado. Sejam dois elétrons (indistinguíveis) que interagem entre si durante algum tempo, e em seguida deixam de fazê-lo. Sejam, respectivamente, x_1 e x_2 suas posições (medidos a partir de uma determinada origem), enquanto interagem. Sejam, também, p_1 e p_2 seus momentos lineares. O Princípio da Incerteza não permite que (x_1, p_1) ou (x_2, p_2) sejam medidos simultaneamente, mas permite que sejam medidos, simultaneamente, a distância X ($X = x_2 - x_1$) e o momento total P ($P = p_1 + p_2$) entre eles. Contudo, segundo o paradoxo referido acima, a interação entre eles produz uma correlação. Assim, conhecidos X ou P , medindo-se x_1 ou p_1 , poderemos determinar x_2 ou p_2 . Desse modo, medindo-se primeiro x_1 e depois p_1 , teremos os valores de x_2 e p_2 do segundo elétron ser perturbá-lo. Portanto, a medição da posição (ou momento linear) de um elétron poderia ser feita sem perturbar o outro, porque eles estavam *separados* no espaço e não interagindo por intermédio de sinais locais no momento das medições. Desse modo, Einstein-Podolsky-Rosen concluíram que a MQOS é incompleta.

Esse paradoxo recebeu a imediata contestação de Bohr, primeiro por intermédio de uma carta que escreveu à Revista *Nature* (*Nature* **136**, p. 65) dois meses depois da publicação do artigo dos três físicos, na qual dizia que não concordava com as conclusões desse artigo, prometendo escrever um outro mais detalhado, o que realmente ocorreu, ainda em 1935 (*Physical Review* **48**, p. 696). Com efeito, Bohr usou a MQOS e deu uma explicação para esse paradoxo dizendo que a medição de um de dois objetos quânticos (p.e., elétrons) correlacionados afeta o parceiro correlacionado. Assim, quando um objeto de um par correlacionado sofre colapso em um estado de momento linear (p.e., p_1), a função de onda do outro também entra em colapso (no estado de momento linear $P - p_1$), e nada se pode dizer sobre a posição do outro objeto correlacionado. O mesmo ocorre se for medida a posição. Portanto, segundo Bohr, o colapso da função de onda é **não-local**, do mesmo modo que a correlação. Desse modo, segundo a MQOS, dois objetos quânticos são **inseparáveis**.

Um outro aspecto desse paradoxo EPR foi apresentado, também em 1935 (*Naturwissenschaften* **23**, p. 807; 823; 844), por Schrödinger, assim enunciado:

*Seja uma caixa contendo uma substância radioativa, um detector de radiação (um **contador Geiger**, por exemplo), uma ampola de gás venenoso (gás cianídrico, por exemplo) e ainda um gato vivo. As coisas são dispostas de modo que haja cinquenta por cento de probabilidade de o detector registrar uma desintegração (se fixa uma duração para o ensaio). Se isso acontecer, a ampola quebra-se e o gato morre. Senão, continua vivo.*

Os paradoxos que acabamos de registrar questionam o conceito físico básico da interpretação indeterminista de Copenhague da MQOS, qual seja, o conceito da **inseparabilidade quântica** ou da **não-localidade** (vide verbete nesta série), proposto por Bohr, em 1935, conforme vimos antes. Aliás, essa interpretação já havia sido questionada pelo físico francês, o Príncipe Louis Victor Pierre Raymond de Broglie (1892-1987; PNF, 1929), em 1926 (*Comptes Rendues Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences de Paris* **183**, p. 24; 447) e 1927 (*Comptes Rendues Hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences de Paris* **184**; **185**, p. 273; 380), ao aventar a hipótese da existência de “**variáveis ocultas**” necessárias para evitar o indeterminismo da MQOS. A existência dessas “**variáveis**” proporcionaria uma relação entre as grandezas físicas calculadas por essa Mecânica e possíveis movimentos mais internos dos sistemas quânticos, de tal modo que as médias das quantidades físicas decorrentes desses movimentos e calculadas por intermédio daquelas “**variáveis**” reproduziriam os valores calculados quanticamente. Desse modo, tais “**variáveis**” recolocariam o **determinismo** na Física.

A questão do determinismo em Física, iniciada por de Broglie, conforme vimos acima, foi retomada pelo físico norte-americano David Joseph Bohm (1917-1992), em dois trabalhos publicados em 1952 (*Physical Review* **85**, p. 166; 180). Nesses trabalhos, Bohm apresenta uma nova interpretação para a **equação de Schrödinger**, para uma partícula sob a ação de um potencial, cuja expressão foi apresentada anteriormente. Vejamos de que maneira. Partindo dessa expressão e ao aplicar-lhe a transformação usada pelo físico alemão Erwin Madelung (1881-1972), em 1926 (*Zeitschrift für Physik* **40**, p. 332) (em notação atual): $\psi(\vec{r},t) = \phi(\vec{r},t) \exp[i S(\vec{r},t)]$, onde ϕ e S são reais, Bohm obteve os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \partial\phi/\partial t &= - (1/2m) [\phi \nabla^2 S + 2 \nabla\phi \cdot \nabla S], \\ - (\hbar/m) \partial S/\partial t &= - (\hbar^2/2m) (1/\phi) [\nabla^2\phi - \phi (\nabla S)^2] + (V/m). \end{aligned}$$

Em continuação, Bohm considerou que (ainda na linguagem atual):

$$\phi^2 = \rho, \quad \vec{v}_{QB} = (\hbar/m) \nabla S, \quad V_{QB} = - (\hbar^2/2m) \nabla^2\phi/\phi,$$

onde ρ , \vec{v}_{QB} , V_{QB} , e S representam, respectivamente, a **densidade de probabilidade**, a **velocidade quântica de Bohm**, o **potencial quântico de Bohm** e a **ação clássica**. Desse modo, das expressões acima, Bohm obteve as seguintes equações:

$$\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho \vec{v}_{QB}) = 0, \quad \hbar \partial S/\partial t + [m\vec{v}_{QB}^2/2 + V + V_{QB}] = 0.$$

equações essas que apresentam a mesma estrutura das equações básicas da Mecânica dos Fluidos, respectivamente, a **equação da continuidade** e a **equação de Euler**. Essa é a razão pela qual essa **interpretação causal** da MQOS é também conhecida como **interpretação hidrodinâmica** dessa Mecânica. Sobre as equações acima referidas, ver: Lev Davidovich Landau et Evgenil Mikhailovich Lifshitz, **Mecânicas dos Fluides** (Éditions Mir, 1969); José Maria Filardo Bassalo, **Introdução à Mecânica dos Meios Contínuos** (EDUFPA, 1973); e Mauro Sérgio Dorsa Cattani, **Elementos de Mecânica dos Fluidos** (Editora Edgard Blücher, 1990)].

Por outro lado, ao aplicar o operador ∇ à sua equação de Euler, seguido de uma manipulação algébrica, Bohm obteve: $(d/dt)(m \vec{v}_{QB}) = -\nabla(V + V_{QB})$, onde a derivada total do primeiro membro é dada por: $d/dt = \partial/\partial t + \vec{v}_{QB} \cdot \nabla$. Portanto, segundo Bohm, essa nova interpretação da **equação de Schrödinger** para uma partícula sob a ação de um potencial $V(\vec{r})$, traduzida pela equação dinâmica vista acima, indicava que, além desse potencial, a partícula estaria também sob a ação de um **potencial quântico**, hoje conhecido como o **potencial quântico de Bohm** (V_{QB}), responsável por “possíveis movimentos mais internos dos sistemas quânticos”, conforme Bohm escreveu em seus trabalhos de 1952. Aliás, nesses trabalhos, ele conseguiu explicar o paradoxo EPR usando a idéia desse novo potencial. É oportuno registrar que, em 1954 (*Nuovo Cimento* **12**, p. 103), o físico brasileiro Mário Schenberg (1914-1990) atribuiu uma outra interpretação para esse potencial, qual seja, a de que ele seria devido às tensões internas do contínuo. Essa idéia de um **novo potencial físico**, que aproximaria a MQOS (ou MQNR) da Física Clássica, foi desenvolvida por Bohm e colaboradores, assim como por outros físicos, e se constitui no que hoje se denomina **Interpretação Causal da Mecânica Quântica** ou **Mecânica Quântica de de**

Broglie-Bohm (MQBB). É oportuno destacar que essa MQBB foi estendida à Teoria Quântica de Campos (TQC), conforme se pode ver nos seguintes textos: Peter R. Holland, **The Quantum Theory of Motion: An Account of the de Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics** (Cambridge University Press, 1993); e D. Dürr, S. Goldstein, R. Tumulka e N. Zanghi (*Physical Review Letters* **93**, p. 090402, 2004). Note-se que, neste artigo, os autores mostram como a extensão acima referida descreve explicitamente a criação e a aniquilação de eventos, por intermédio das linhas mundo das partículas. Registre-se que a saga de Bohm para reinterpretar a MQOS tem sido objeto de estudos do físico e filósofo da ciência, o brasileiro Olival Freire Junior (n. 1954) em uma série de artigos e, também, no livro intitulado **David Bohm e a Controvérsia dos Quanta. Coleção CLE 27** (Unicamp, 1999). Ainda sobre essa saga, ver: Basil J. Hiley e F. David Peat (Editores), **Quantum Implications: Essays in Honour of David Bohm** (Routledge and Kegan Paul, 1988); e Osvaldo Pessoa Junior (Organizador), **Fundamentos da Física 1: Simpósio David Bohm** (Editora Livraria da Física, 2000).

Como os resultados da MQBB reproduz os resultados da MQOS [como se pode ver em Holland (op. cit) e José Maria Filardo Bassalo, Paulo de Tarso Santos Alencar, Mauro Sérgio Dorsa Cattani e Antonio Boulhosa Nassar, **Tópicos de Mecânica Quântica de de Broglie Bohm** (EDUFPA, 2002)], um grande desafio que se apresentou (e ainda se apresenta) para os partidários da MQBB é o de encontrar uma interpretação física para o **potencial quântico de Bohm** (V_{CB}). Assim, uma provável interpretação física de (V_{CB}) seria a de que é este potencial quem confere as propriedades quânticas ao movimento de uma partícula, conforme ficou evidenciado em diversos trabalhos nos quais foram reproduzidas “**trajetórias quânticas**” de partículas, trajetórias essas obtidas da integração da expressão de (V_{CB}). Dentre esses trabalhos, destacamos os que descreveremos a seguir. Em 1979 (*Nuovo Cimento* **B52**, p. 15), C. Philippidis, C. Dewdney e Basil J. Hiley reproduziram numericamente os experimentos de interferência de elétrons realizados por C. Jönsson, em 1961 (*Zeitschrift für Physik* **161**, p. 454). Mais tarde, em 1982 (*Foundations of Physics* **12**, p. 27), Dewdney e Hiley também reproduziram numericamente as trajetórias seguidas pelos elétrons nos processos de tunelamento. Ainda em 1982 (*Nuovo Cimento* **B71**, p. 75), Philippidis, Bohm e R. D. Kaye explicaram o **efeito Aharonov-Bohm** (vide verbete nesta série) usando essa mesma interpretação e equações dinâmicas um pouco diferente das obtidas por Bohm e mostradas anteriormente, onde o potencial vetor é levado em consideração. A interpretação física de (V_{CB}) considerada nos trabalhos referidos acima, também foi considerada por Dewdney, Peter R. Holland e A. Kyprianidis, em 1987 (*Journal of Physics* **A20**, p. 4717), para explicar correlações não locais em experimentos do tipo **Stern-Gerlach**. Esses experimentos receberam esse nome em virtude da experiência realizada, em 1921 (*Zeitschrift für Physik* **8**, p. 110), pelos físicos alemães Walther Gerlach (1899-1979) e Otto Stern (1888-1969; PNF, 1943), na qual confirmaram a **quantização espacial** dos planos das órbitas eletrônicas Bohrianas. Essa quantização havia sido prevista pelo físico alemão Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (1868-1951), em 1916 (*Physikalische Zeitschrift* **17**, p. 489).

Na conclusão deste verbete, é oportuno registrar que Holland, no livro citado acima, encontrou dois resultados surpreendentes decorrentes da MQBB: 1) No vácuo, a aceleração dos corpos em queda livre depende de suas massas (em oposição ao resultado Galileano: os corpos caem com a mesma aceleração); 2) O **potencial quântico de Bohm** (V_{CB}) poderá gerar massa em um campo quântico sem massa. Tais resultados, portanto, se forem comprovados no futuro, poderão dar uma interpretação física para esse potencial.



[ANTERIOR](#)

[SEGUINTE](#)