



SEARA DA CIÊNCIA CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Bassalo



Refração da Luz e Sua Lei.

Certamente o fenômeno da refração da luz foi observado pelos primeiros Homens ao verem o **arco-íris**, sem, contudo, serem capazes de explicá-lo. Uma primeira citação sobre o **arco-íris** encontra-se no **Gênesis** (9:11): Deus dá a Noé um sinal – o **arco-íris** – dizendo-lhe depois do Dilúvio: *Não será mais destruída toda carne por água de dilúvio*. Depois dessa citação Bíblica, passaram-se centenas de milhares de anos até que uma das primeiras tentativas de sua explicação foi apresentada pelo filósofo grego Aristóteles de Estagira (384-322). Conforme vimos em verbete desta série, ele afirmou que o **arco-íris** era devido a gotículas de água contidas na atmosfera que refletiam a luz solar e causavam a variação da cor. Observou ainda que a reflexão da luz do Sol pelas nuvens ocorria para um ângulo determinado, reflexão essa que dava origem a um cone circular de **raios de arco-íris**. Além de explicar corretamente a forma circular do **arco-íris**, Aristóteles percebeu que sua localização no espaço dependia do ângulo entre a direção dos raios solares incidentes e a dos raios refletidos pelas nuvens até os olhos do observador. Contudo, somente em 1266 é que o filósofo e monge franciscano inglês Roger Bacon (c.1220-1292) mediu pela primeira vez tal ângulo, encontrando o valor aproximado de 42° . Aliás, Bacon achava que o **arco-íris** era devido a pequenas imagens do Sol desvanecidas em inúmeras gotas d'água, e que suas cinco (5) cores eram devidas a um fenômeno subjetivo produzido pelo olho.

Na segunda metade do Século 13, o físico persa Ibn Marud Al-Schirazi (f.c. metade do Século 13) complementou a explicação de Aristóteles ao afirmar que além da reflexão nas gotículas d'água, haveria também uma dupla refração (de fora para dentro e de dentro para fora das gotículas d'água). Essa idéia foi comprovada pelo monge e erudito alemão Dietrich von Freiberg (Teodorico de Freiberg) (c.1250-c.1310). Com efeito, em 1304, ele escreveu o livro intitulado **De Iride et Radialibus Impressionibus** ("Sobre o Arco-Íris e as Impressões Causadas pelos Raios"), no qual apresentou a hipótese de que o **arco-íris** era resultado de uma combinação de refração e reflexão da luz solar por gotículas de chuva individuais, e não coletivamente como considerava Aristóteles. A fim de verificar essa hipótese, encheu esferas cristalinas ocas com água e as colocou no trajeto de raios solares. Com essa experiência, Teodorico conseguiu reproduzir tanto o **arco-íris** primário quanto o secundário (vide verbete nesta série). Registre-se que experiências análogas à de Teodorico foram realizadas pelo físico polonês W(V)ittelo (c.1225-c.1275) (cerca de 1274), pelo Arcebispo de Spalato, Antonius de Dominis (por volta de 1591), e pelo filósofo e matemático francês René du Perron Descartes (1596-1650), em 1637, com sua famosa **Lei da Refração da Luz** dada por (em notação atual): $\sin i / \sin r = n_r / n_i$, onde i e r , representam, respectivamente, os ângulos de incidência e de refração, com n_r e n_i seus respectivos **índices de refração**. Note-se que essa lei havia sido observada, experimentalmente, pelos astrônomos e matemáticos, o inglês Thomas Harriot (1560-1621), em 1616 (trabalho não publicado), e o holandês Willebrord van Roijen Snell (1591-1626), em 1621, daí ela ser conhecida, também, como **Lei de Harriot-Snell-Descartes**. Registre-se que, no suplemento intitulado **Les Météores** ("Os Meteoros") escrito para o seu famoso livro **Discours sur la Methode** ("Discurso sobre o Método"), publicado em 1637,

Descartes usou sua **Lei da Refração** para explicar o ângulo de visão do **arco-íris** (aproximadamente 42°), medido por Bacon, conforme registramos acima.

O **arco-íris** também foi objeto de estudo por parte do matemático e astrônomo italiano, o Abade Francesco Maurolycus (1494-1575), no livro intitulado **Photismi de Lumine et Umbra ad Perspectivam et Radiorum Incidentiam Facientes**, escrito em 1567, e publicado em Veneza, em 1575. Também nesse livro, Maurolico tratou da projeção de sombras, da reflexão da luz, da estrutura do olho humano, das várias espécies de óculos (ver verbete nesta série) disponíveis e sua função, os efeitos das lentes e o problema da **cáutisca** – *uma superfície (ou envelope) envolvendo raios refletidos e refratados*. Esse livro continha, também, métodos de medição da intensidade da luz e incluía uma descrição do calor radiante (radiação térmica). Foi também de Maurolycus a observação de que a luz se desloca paralelamente ao atravessar uma **lâmina de faces paralelas**.

Antes de Descartes encontrar a expressão analítica correta para a **Lei da Refração da Luz**, vista acima, muitos estudiosos da Óptica já haviam tentado. Com efeito, o astrônomo grego Cláudio Ptolomeu (85-165) em seu livro **Óptica** descreveu a refração da luz solar e das estrelas através da atmosfera terrestre. Nesse livro, pela primeira vez, é feita uma tentativa de estudar analiticamente o fenômeno da **refração da luz** por intermédio de uma tabela na qual eram registrados os ângulos de incidência e de refração de raios luminosos que atravessavam superfícies de separação entre ar-água, ar-vidro e água-vidro, ângulos esses medidos por um aparelho bem simples inventado pelo próprio Ptolomeu. Ao examinar essa tabela, observou que quando esses ângulos eram pequenos, a relação entre eles permanecia constante. No entanto, para ângulos maiores, observou que se i_1 e i_2 são dois ângulos de incidência e se r_1 e r_2 são os ângulos de refração correspondentes, então, para: $i_2 > i_1$, resultará: $i_2 / i_1 > r_2 / r_1$. Além do mais, para esses ângulos, Ptolomeu apresentou uma relação polinomial entre i e r ($r = a i + b i^2$, com a e b constantes). Apesar de Ptolomeu, em seu famoso **Al-Majisti** (“O Grande Tratado”), escrito entre 151 e 157, haver registrado uma tabela de cordas de arcos [ainda não existia o conceito de seno, que só foi usado pelo matemático inglês Robert of Chester (f.c.1150)], ele não chegou à expressão correta envolvendo os senos dos ângulos, por que sofrera influência das fórmulas pitagóricas para números polinomiais, cujas segundas diferenças obedecem a uma lei quadrática [Carl B. Boyer, **A History of Mathematics** (John Wiley and Sons, 1968).]

A continuação do exame de sua tabela levou Ptolomeu aos seguintes resultados: 1) *O raio de incidência e o raio refratado ficam em um plano perpendicular em relação à superfície refratora*; 2) *Os raios normais a essa superfície são refratados na mesma direção*; 3) *A quantidade de refração depende da densidade dos meios*. Analisando-se esse terceiro resultado, observa-se a gênese do conceito de **índice de refração** (sobre este índice, ver verbete nesta série). Aliás, é interessante ressaltar que Ptolomeu dava exemplo da **refração da luz** ao fato de uma moeda no fundo de um recipiente cheio de água que parece a um observador de fora, estar “mais em posição mais alta” do que está na realidade. Ressalte-se, também, que antes de Ptolomeu, o matemático grego Euclides de Alexandria (323-285) em seu livro **Catóptica**, descreveu a possibilidade de tornar visível a um observador, um anel colocado em um vaso transparente, bastando para tal derramar água no mesmo. [George Gamow, **Biografia da Física** (Zahar Editores, 1963); Morris Kline, **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times** (Oxford University Press, 1972)].

É interessante observar que o físico e matemático iraquiano Abu-‘Ali Al-Hasan ibn al-Haytham (al-Hazen) (c.965-1038), em seu livro intitulado **Kitab Al-Manazer** (“Tesouro da Óptica”), publicado por volta de 1038, corrigiu as tabelas de refração de Ptolomeu, porém não conseguiu formular corretamente a **Lei da Refração da Luz**. Ainda nesse livro, ele registra sua observação de que há um aparente aumento da Lua quando próxima do horizonte, e que o crepúsculo solar permanece quando o Sol está cerca de 19° abaixo do horizonte. Segundo al-Hazen, isso acontece

por causa da refração da luz solar na atmosfera terrestre. Registre-se que o erudito inglês Robert Grosseteste (c.1175-1253) usou esse livro de al-Hazen em suas experiências com a reflexão e a refração da luz. Contudo, a **Lei da Refração da Luz** por ele formulada: - *O ângulo de refração é a metade do ângulo de incidência* ($r = i/2$) – mostrou-se completamente equivocada.

Por volta de 1274, W(Vittelo escreveu o livro intitulado **Perspectiva** – um tratado fundamentado nos livros de Ptolomeu e al-Hazen -, no qual descreveu suas experiências relacionadas com a **refração da luz** nas interfaces ar-água, ar-vidro e água vidro, e com a dispersão da luz branca em um prisma hexagonal e em esferas de vidro cheias d'água, com as quais explicou as cores do **arco-íris**. Ainda nesse livro ele apresentou uma primeira percepção de **espaço**.

No final da primeira década do Século 17, em 1610, o astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630) escreveu o livro intitulado **Dioptice** composto de definições, axiomas e proposições (num total de 141), no qual apresentou suas pesquisas sobre a Óptica Instrumental (vide verbete nesta série). Nesse livro, Kepler tentou, sem êxito, obter a expressão matemática da **Lei da Refração da Luz** usando, para isso, funções trigonométricas. Por exemplo, Kepler tentou as seguintes relações:

$$i - r = k \sec i; \quad 2i - r = k \sen i; \quad m \operatorname{tg} i = k \operatorname{tg} r;$$

$$\operatorname{tg} i = \sen(i - r); \quad 1 - \operatorname{tg} i \operatorname{cotg}(i - r) = k \operatorname{tg} i; \quad 1 - \operatorname{tg} i \operatorname{cotg}(i - r);$$

$$1 - \operatorname{tg} i \operatorname{cotg}(i - r) = k \sen i; \quad i - r = k_1 + k_2 \sec i;$$

$$1 - \operatorname{tg} i \operatorname{cotg}(i - r) = k_1 + k_2 \sen i,$$

onde i e r representam, respectivamente, os ângulos de incidência e de refração, e os k e m são constantes [Alan Chalmers, **A Fabricação da Ciência** (EDUNESP, 1994)]. É oportuno observar que a Trigonometria foi elaborada pelo astrônomo grego Hiparco de Nicéia (c.190-c.120), por volta de 140 a.C. Durante os primeiros 1500 anos de sua existência, ela só foi empregada quase que exclusivamente na Astronomia e na Geometria, sendo que, somente a partir do Século 17 é que apareceu sua aplicação na Óptica e em outros ramos da Física.

Note-se que, muito embora Kepler não haja falado explicitamente em **índice de refração**, em seu livro intitulado **Ad Vitellionem Paralipomena** (“Suplemento à Óptica de Vittelo”), publicado em 1604, para explicar as cores, ele afirmou que as mesmas dependiam da densidade e da transparência dos objetos, propriedades essas que, de alguma maneira, estão relacionadas com aquele índice.

Antes de concluir este verbete, destaquemos novos aspectos da **Lei da Refração da Luz**. Vejamos quais. Conforme vimos acima, Descartes propôs sua famosa expressão para essa lei, em 1637. Contudo, nesse seu trabalho [**Great Books of the Western World 28** (Encyclopaedia Britannica, Inc., 1993)], o autor do **Discurso sobre o Método**, demonstrou que é a relação entre as semicordas dos dobros dos ângulos (i e r) que permanece constante quando a luz atravessa a

superfície de separação de dois meios transparentes. Em seus estudos sobre a Óptica, Descartes preocupou-se, também, com a natureza da luz, havendo então formulado uma teoria segundo a qual a luz era essencialmente uma pressão que se transmitia através de um meio perfeitamente elástico – o **éter luminífero** – que enche todo o espaço. Além disso, ele atribuía a diversidade das cores a movimentos rotatórios das partículas luminosas com diferentes velocidades através desse meio, velocidades essas que eram proporcionais ao seu **índice de refração** ($v_r \propto n_r$ e $v_i \propto n_i$). Ora, como a sua lei indicava (na notação atual) que: $\sin i / \sin r = n_r / n_i$, e sendo $i > r$ nos meios mais densos, então concluiu que: $v_r > v_i$, ou seja: *a velocidade da luz era maior nos meios mais densos*. É oportuno salientar que o físico e matemático inglês Sir Isaac Newton (1642-1727) em seus estudos sobre Óptica, iniciados em 1666 e apresentados na *Royal Society of London* (1672 e 1676), também admitia essa afirmação cartesiana. Esses estudos foram reunidos em seu célebre livro intitulado **Optics** (“Óptica”), publicado em 1704 [**Great Books of the Western World 32** (Encyclopaedia Britannica, Inc., 1993)].

A **Lei da Refração da Luz** recebeu uma outra demonstração por intermédio do matemático francês Pierre Fermat (1601-1655). Em 1657, ele anunciou em uma carta (*Epistolae 42*) a Monsieur Cureau de la Chambre seu **famoso Princípio do Tempo Mínimo**: - *A Natureza sempre escolhe os menores caminhos*, segundo o qual a luz, ao se propagar entre dois pontos de sua trajetória, escolhe um caminho cujo tempo de percurso é mínimo (vide verbete nesta série). Muito embora esse princípio fosse de conhecimento do matemático e inventor grego Heron de Alexandria (c.20 d.C.- ?) e de al-Hazen (~ 1038), em seus estudos sobre a **reflexão da luz**, foi Fermat quem o utilizou, em 1661, para demonstrar a **Lei da Refração da Luz**. Contudo, nessa demonstração, ele formulou a hipótese de que as **resistências** (inverso da velocidade da luz) dos meios mais densos eram maiores que as dos meios menos densos; tal hipótese significava dizer que a velocidade da luz no meio mais denso (v_2) é menor do que no meio menos denso (v_1): $v_2 < v_1$, em frontal desacordo com a hipótese cartesiana referida acima. [Max Born e Emil Wolf, **Principles of Optics** (Pergamon Press, 1970); Wolfgang Yourgrau e Stanley Mandelstam, **Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory** (Dover, 1979)].

A hipótese de Fermat enunciada acima ($v_2 < v_1$) foi confirmada pelo físico e astrônomo holandês Christiaan Huygens (1629-1695) em seu famoso **Traité de la Lumière** (“Tratado da Luz”) publicado em Paris, em 1690 [**Great Books of the Western World 32** (Encyclopaedia Britannica, Inc., 1993)]. Com efeito, usando a idéia de que a luz é uma onda, Huygens demonstrou que (em linguagem atual): $\sin i / \sin r = v_i / v_r$, onde i e r , representam, respectivamente, os ângulos de incidência e de refração, com v_i e v_r a velocidade da luz no meios, de incidência e de refração, respectivamente. É oportuno notar que, um pouco antes, em 1683, o matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) publicou o artigo intitulado **Unicum Opticae, Catoptricae et Dioptricae Principium** (“Princípio Geral da Óptica, Catóptrica e Dióptrica”) (*Acta Eruditorum Liepsiensium 1*), no qual demonstrou as leis da reflexão e **refração da luz** usando seu **Methodus de Maximis et Minimis** (“Método de Máximos e Mínimos”) que havia desenvolvido em 1677, e publicado somente no *Acta* de outubro de 1684. Registre-se que Leibniz usou o seguinte argumento: *a dificuldade de caminho do raio luminoso (comprimento de percurso multiplicado pela resistência do meio) é mínima*. [John Losee, **Introdução à História à Filosofia da Ciência** (Editora Itatiaia/EDUSP, 1979)].

Na conclusão deste verbete, registre-se que a hipótese huygensiana de que a luz era uma onda só começou a sobrepular a hipótese newtoniana de que luz era uma partícula, depois que o físico francês Agustín Jean Fresnel (1788-1827) começou a formulação matemática, a partir de 1814, da Teoria Ondulatória da Luz, e das experiências realizadas pelos físicos franceses Armand Hyppolyte Louis Fizeau (1819-1896), em 1849 (*Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Academie des Sciences de Paris 29*, p. 90), e Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868), em 1850 (*Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l'Academie des Sciences de*

Paris **30**, p. 551), nas quais determinaram a velocidade da luz na água e mostraram ser ela menor do que no ar. Estava, dessa maneira, confirmada a hipótese de Fermat.



ANTERIOR

SEGUINTE