CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo
www.bassalo.com.br

A Geometria Grega.

A geometria é uma parte da Matemática que estuda as relações entre distâncias e ângulos em figuras planas e volumétricas. Certamente, algumas dessas relações foram estudadas por antigas civilizações como, por exemplo, os assírios, babilônios, caldeus e egípcios. Contudo, foram os gregos antigos que as sistematizaram.

Desde os babilônios e os egípcios, que viveram alguns milhares de anos a.C., já se conhecia como calcular o apótema de um círculo, ou seja, o raio de uma circunferência inscrita em um polígono regular (p.e.: o hexágono). Além disso, se conhecia também que em um triângulo isósceles ABC [dois lados (AB e AC) e dois ângulos ($\hat{B}$ e $\hat{C}$) iguais], a altitude (perpendicular baixada do vértice A), divide a base (BC) em duas partes iguais, e que o ângulo inscrito em um semicírculo é reto (90^0). Esses resultados foram sintetizados pelo filósofo grego Tales de Mileto (c.624-c546) e conhecidos como os dois principais Teoremas de Tales:

1) *A soma dos ângulos internos de um triângulo vale dois ângulos retos* (180^0).

2) *Um feixe de duas retas paralelas cortadas por um transversal, forma ângulos alternos-internos iguais.*

Outros resultados também conhecidos desde os babilônios como, por exemplo, o cálculo exato das áreas do triângulo, retângulo, trapézio, assim como o volume do prisma, do cilindro, dos troncos de cone e da pirâmide quadrada foram sistematizados pelo filósofo grego Pitágoras de Samos (c.560-c.480). Dessa sistematização, destacamos o célebre Teorema de Pitágoras:

***O quadrado da hipotenusa* (a) *de um triângulo retângulo vale a soma dos quadrados dos catetos* (b, c): $a^2 = b^2 + c^2$.**

É interessante destacar que esse teorema permitiu que o matemático grego Hipasus de Metapontum [floresceu cerca (f.c.) do Século 5 a.C.)], membro da Escola Pitagórica, por volta de 400 a.C., descobrisse que a diagonal de um quadrado de lado unitário, isto é, $\sqrt{2}$, não poderia ser representado por números inteiros ou racionais, conforme a crença dos pitagóricos segundo a qual os *números inteiros e racionais governam o mundo*, ou seja, que a *ordem universal* era a *aritmética*. Note que, segundo nos fala o filósofo austríaco Sir Karl Raymund Popper (1902-1992) em seu livro Conjecturas e Refutações (EDUnB, c.1972), Hipasus teria sido jogado ao mar por essa descoberta, que seria uma traição àquele apotegma pitagórico, e morrido em consequência daquele ato. No entanto, existe uma versão histórica que diz haver ele morrido realmente no mar, porém de morte natural [Margaret E. Baron, Origem e Desenvolvimento do Cálculo: A Matemática Grega (EDUnB, 1985)]. Ainda é oportuno relatar que Pitágoras destacou que existem apenas cinco poliedros regulares (faces iguais): *tetraedro* (pirâmide triangular) (quatro faces), *hexaedro* (cubo) (seis faces), *octaedro* (oito faces), *icosaedro* (dez faces) e *dodecaedro* (doze faces).

Ainda na Grécia Antiga, uma outra *ordem universal* foi desenvolvida pelo filósofo grego Platão de Atenas (c.428-c.347) e seus seguidores, isto é, a ordem geométrica ou platônica, pois acreditavam que os quatro elementos fundamentais do Universo, ou seja, *água*, *ar*, *fogo* e *terra*, se relacionavam com os poliedros regulares pitagóricos, da seguinte maneira: *água-icosaedro*, *ar-octaedro*, *terra-hexaedro* e *fogo-tetraedro*. O *dodecaedro* simbolizava o Universo como um todo, concluíam os platônicos.

A crença de que a ordem universal era a geométrica foi fortalecida quando os platônicos observaram que o irracional $\sqrt{2}$ poderia ser construído geometricamente por intermédio de régua e compasso. Para isso, bastaria desenhar um triângulo retângulo de catetos unitários e sua hipotenusa

(de valor $\sqrt{2}$ pelo Teorema de Pitágoras) poderia ser retirada pelo compasso. Não obstante esse grande feito, os platônicos se defrontaram com uma enorme dificuldade, qual seja, a de construir geometricamente, com régua e compasso, o número π (~ 3,1416), que representa a relação entre o comprimento ($2\pi r$) e o diâmetro ($d = 2r$) de uma circunferência (relação essa já conhecida pelos babilônicos e egípcios, pois seu valor, que consideravam como 3, era importante para calcular o volume do cilindro e do cone), construída com um compasso. [W. T. Sedgwick, H. W. Tyler e R. P. Bigelow, História da Ciência: Desde a Remota Antiguidade até o Alvorecer do Século XX (Editora Globo, 1950)].

A geometrização do número π era fundamental para resolver o famoso problema da *quadratura do círculo*, isto é, construir geometricamente, com régua e compasso, um quadrado de área equivalente a de um círculo de raio unitário. Esse problema, nesse caso especial, era equivalente ao da construção geométrica do π, uma vez que a área do círculo unitário vale π (lembrar que a área do círculo de raio r, vale: πr^2). Essa questão, associada a mais duas igualmente famosas: *trissecção do ângulo* (a divisão de um ângulo qualquer em três partes) e *duplicação do cubo* (dobrar o volume de um cubo), cujas soluções geométricas não foram obtidas na Grécia Antiga, quebraram a ordem geométrica platônica. O problema da *duplicação do cubo* tem uma história que é interessante narrar. Conta a lenda que, em 429 a.C., o estadista grego Péricles, nascido em Atenas, por volta de 495 a.C., morreu de peste juntamente com um quarto da população de sua cidade natal. Consternados por essa enorme perda, os atenienses consultaram o oráculo de Apolo em Delfos sobre como combater a peste. A resposta dada pelo o oráculo foi a de que o altar de Apolo, que tinha a forma de um cubo, fosse duplicado. Imediatamente foi construído um novo cubo com o dobro da aresta (a) do cubo anterior; porém a peste não acabou. Certamente o oráculo não cumpriu sua palavra, pois os atenienses haviam multiplicado por oito o volume do altar primitivo. O erro dos atenienses decorreu do fato de que eles não sabiam obter, com régua e compasso, a raiz cúbica do número dois ($\sqrt[3]{2}$). Com efeito, para cumprir a determinação do oráculo, os atenienses deveriam calcular a nova aresta A a partir da expressão (lembrar que o volume de um cubo vale A^3): $A^3 = 2a^3 \rightarrow A = a\sqrt[3]{2}$. Para resolver o problema em questão, os atenienses fizeram o seguinte: $A^3 = (2a)^3 = 8a^3$. [J. D. Struik (Editor), A Source Book in Mathematics, 1200-1800 (Harvard University Press, 1969); Morris Kline, Mathematical Thought from Ancient to Modern Times (Oxford University Press, 1972)].

Certamente, a dificuldade em tratar os problemas vistos acima (relacionados com o π) geometricamente é que levou o grande matemático grego Euclides de Alexandria (323-285) a não considerá-los em seu famoso tratado Elementos de Geometria, composto de 13 livros. Neste tratado, ele apresenta os resultados geométricos sobre áreas e volumes, assim como apresenta a geometria de maneira axiomática. Logo no Livro 1, Euclides apresenta 23 definições seguidas de cinco (5) postulados, enunciados a seguir [Euclides, Great Books of the Western World 10 (Encyclopaedia Britannica, Inc., Chicago, 1993)]:

1. ***É possível construir uma reta ligando dois pontos quaisquer;***
2. ***Um segmento retilíneo pertence a uma reta;***
3. ***É possível construir um círculo com qualquer centro e com qualquer raio;***
4. ***Todos os ângulos retos são iguais.***
5. ***Se uma linha reta corta duas outras linhas retas, produzindo ângulos internos do mesmo lado menores do que dois ângulos retos, as duas linhas retas, se prolongadas ao infinito, vão se encontrar.***

Note que, em linguagem atual, esse quinto postulado de Euclides (ou *postulado das paralelas*) é assim enunciado [Carlos Tomei, Euclides: A Conquista do Espaço (Odysseus Editora, 2003)]:

***Por um ponto* P *fora de uma reta* r*, é possível traçar uma reta que nunca toca* r.**

É interessante registrar que as definições, postulados e consequentes proposições demonstradas por Euclides em seu livro Elementos de Geometria, constituem a hoje conhecida Geometria Euclidiana.

Um outro matemático grego que contribuiu para o desenvolvimento da geometria na Grécia Antiga foi Arquimedes de Siracusa (c.287-212) com seus livros: Medida do Círculo, Quadratura da Parábola, Das Espirais, A Esfera e o Cilindro e Dos Conóides e Esferóides. Nesses livros, Arquimedes demonstrou resultados importantes (Sedgwick, Tyler e Bigelow, op. cit):

1) *Todo círculo é equivalente a um triângulo retângulo em que os catetos são iguais, respectivamente, ao raio* (r) *e à circunferência do círculo* ($2\pi r$)*;*
2) *O círculo está para o quadrado do seu diâmetro aproximadamente na razão 11/14;*
3) *A superfície da esfera* (S) *é igual a quatro vezes a área de seu círculo máximo* (notação atual: $S = 4\pi r^2$);
4) *O cilindro que tem por base um círculo máximo de uma esfera, e por altura o diâmetro da mesma esfera, é igual ao dobro desta, tanto em volume como em superfície*.

Além disso, Arquimedes conseguiu, por intermédio de triângulos cada vez menores, num processo conhecido como de exaustão (hoje, o cálculo integral), calcular a área de um segmento de parábola, assim como a área (S) da elipse, de semi-eixos maior (a) e menor b, hoje dada por $S = \pi a\ b$. Por fim, ele também estudou as espirais, sendo a mais famosa delas, a *espiral de Arquimedes*, traduzida hoje pela seguinte equação: $r = a\ \theta$, sendo a constante e r e θ são as coordenadas polares. Em seu livro Dos Conóides e Esferóides, Arquimedes estudou, por meio de secções planas transversais, os sólidos de revolução das curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole), calculando seus volumes comparando com os volumes de cilindros inscritos e circunscritos, usando também o *método da exaustão*. Aliás, é oportuno registrar que quando o Cônsul e general romano Marcus Claudius Marcelus (c.268-208) sitiava Siracusa, por ocasião da *Segunda Guerra Púnica* (218-201), entre Roma e Cartago, deu ordem para um soldado trazer vivo Arquimedes (que infernizara o exército desse general lançando pedras e óleos ferventes por catapultas e queimando seus navios com espelhos ardentes). Quando o soldado aproximou-se de Arquimedes, que estava tranquilamente desenhando figuras geométricas na areia, ouviu de Arquimedes, o seguinte: - *Noli tangere circulos meos* (“Não toque em meus desenhos”). O soldado, considerando que sua autoridade havia sido desrespeitada, transpassou-lhe o gládio, matando-o.

Registre-se que as curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole), bem como a ciclóide (curva descrita por um ponto de um círculo rolando em um plano), epiciclóide (curva descrita por um ponto de um círculo rolando na parte externa de um círculo) e hipociclóide (curva descrita por um ponto de um círculo rolando na parte interna de um círculo) foram estudadas pelo matemático grego Apolônio de Perga (Pérgamo) (c.261-190).
