



# CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo  
[www.bassalo.com.br](http://www.bassalo.com.br)



## A Evolução do Conceito de Massa.

Desde a Antiguidade, massa (*moles*) e peso (*pondus*) de um corpo eram tomados quase como sinônimos, pois ainda não existia uma teoria de gravitação bem estabelecida, que permitisse fazer essa distinção. Havia, é claro, por parte de alguns cientistas, uma desconfiança de que existiria alguma diferença entre eles. Uma das primeiras distinções foi apresentada pelo físico italiano Giovanni Battista Baliani (1582-1666) no prefácio de seu livro *De Motu Gravium* (“Sobre o Movimento dos Graves”), publicado em 1638, no qual falava de peso como agente (*agens*) ou como paciente (*patiens*). Hoje, o *agens* é a força de gravitação (portanto, peso), e o *patiens* é a massa. [Ernst Mach, *The Science of Mechanics. A Critical and Historical Account of Its Development* (The Open Court Publishing Company, 1974)].

Ainda na primeira metade do Século 17, o conceito de massa aparece em uma outra situação física, agora decorrente da ação de uma força sobre um corpo. Assim, para o matemático e filósofo francês René du Perron Descartes (1596-1650) em seu livro *Principia Philosophiae* (“Princípios de Filosofia”), publicado em 1644, a medida daquela ação é calculada pela “quantidade de movimento” que um corpo adquire em decorrência dessa mesma ação. Em notação atual, essa quantidade é obtida multiplicando-se a sua massa ( $m$ ) por sua velocidade ( $v$ ), isto é:  $mv$ . O criador da Geometria Analítica dizia ainda que, na ação mútua entre corpos, essa *quantidade de movimento*, hoje denominada de *momento linear* ( $p$ ), é apenas transferida de um corpo para outro, pois o *momento total do Universo é conservado*, já que ele fora criado por DEUS.

O conceito de massa e de *quantidade de movimento* foi apresentado pelo físico inglês Sir Isaac Newton (1642-1727) em seu célebre tratado intitulado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (“Princípios Matemáticos da Filosofia Natural”) [tradução em português: Nova Stella/EDUSP, 1990; Great Books of the Western World 32 (Encyclopaedia Britannica, Inc., 1993)], publicado em 1687 e composto de três livros. Ele inicia seu tratado com suas duas primeiras definições:

1) Quantidade de Matéria: - *É a medida da mesma, obtida de sua densidade e volume conjuntamente;*

2) Quantidade de Movimento: – *É a medida do mesmo, obtida conjuntamente a partir da velocidade ( $v$ ) e da quantidade de matéria ( $m$ ):  $mv$ .*

Depois de apresentar suas definições (oito, ao todo), Newton apresenta então os Axiomas ou Leis do Movimento (três, ao todo). Destas, destacamos a segunda, na qual ele define *força* relacionando-a com a *quantidade de movimento*, ou seja:

*A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida, e é produzida na direção da linha reta na qual aquela força é impressa (hoje:  $F \propto$  variação de  $mv$ ).*

Por outro lado, o conceito de *quantidade de movimento* também aparece no trabalho do matemático e filósofo alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), em 1686 (*Acta Eruditorum Lipsiensium*), quando afirmou que a mesma era calculada pelo produto de sua massa pelo quadrado

de sua velocidade ( $mv^2$ ), a qual denominou de *vis viva* (“força-viva”) (hoje se sabe que ele errou, pois a “força-viva” nada mais é do que o dobro da *energia cinética*). Destaque-se, também, que o físico holandês Christian Huygens (1629-1695) tratara da massa, denominada por ele de *quantitates solidas* (“quantidades sólidas”), por ocasião em que definiu a *força centrífuga* ( $mv^2/r$ ), conforme aparece em seu livro póstumo *Opuscula Posthuma* (“Opúsculo Póstumo”), publicado em 1703.

Os conceitos de massa e de *quantidade de movimento* clássicos foram retomados pelo matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783), em 1736, em seu livro intitulado *Mechanica, sive Motus Scientia Analytice Exposita* (“Mecânica, ou Ciência do Movimento Estudada Analiticamente”) em que as leis do movimento de Newton (Mecânica Newtoniana) são desenvolvidas pela primeira vez na forma analítica. Por exemplo, Euler apresentou de maneira clara e precisa os conceitos de *ponto material* e de *aceleração* (variação temporal da velocidade). Mais tarde, em 1750, Euler preparou um trabalho no qual enunciou o *Princípio do Balanço do Momento Linear* (hoje, *Conservação do Momento Linear*:  $p = mv$ ) como uma extensão da *Segunda Lei de Newton*, e segundo o qual a *aceleração* de cada parte infinitesimal de qualquer corpo é igual à *força* por unidade de massa que atua no mesmo. Tal princípio, ainda segundo Euler, deve aplicar-se a sistemas mecânicos contínuos e discretos, uma vez que sua formulação em termos de equações diferenciais em coordenadas cartesianas retangulares permite sua aplicação a qualquer configuração de corpos no espaço tridimensional. Em vista disso, Euler publicou, em 1752 (*Histoire de l’Académie Royale des Sciences et de Belles-Lettres de Berlin pour l’année 1750* 6, p. 520) [ver: Clifford Ambrose Truesdell III, *Essays in the History of Mechanics* (Springer-Verlag, 1968)], um artigo sobre a “descoberta de um novo princípio da mecânica”, no qual apresentou a forma analítica daquela lei da seguinte forma (em notação de hoje):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = d(m\vec{v})/dt = d\vec{p}/dt \Leftrightarrow$$

$$F_x = m \, d^2x/dt^2, \, F_y = m \, d^2y/dt^2, \, F_z = m \, d^2z/dt^2.$$

No Século 19, novos aspectos dos conceitos de massa e *quantidade de movimento*, também sob o aspecto clássico, foram analisados. Por exemplo, em 1847, o físico francês Jean-Baptiste-Charles-Joseph Bélanger (1790-1874) publicou o livro intitulado *Cours de Mécanique* (“Curso de Mecânica”), no qual denominou de *impulso* (I) o produto da força aplicada (F) em um corpo pelo tempo (t) decorrido ao se deslocar de um espaço (s), ou seja:  $I = F t$ . Ainda nesse livro, ele conservou o nome *força-viva leibniziana* (*vis viva*) para  $m v^2$ , porém à metade dessa expressão ( $m v^2/2$ ), deu o nome de *potência-viva* (hoje: *energia cinética*). Desse modo, o *impulso*, como efeito de uma força no tempo (F t), representa a *quantidade de movimento* (mv), conforme afirmara o físico e matemático francês Jean le Rond d’Alembert (1717-1783), em 1743. Com efeito, usando as expressões acima para força e velocidade, podemos escrever:

$$F t = m a t = m v.$$

Por fim, a definição de massa clássica apresentada por Newton e vista acima, foi criticada pelo físico e filósofo austríaco Ernst Mach (1838-1916) em seu livro intitulado *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung Historisch-Kritisch Dargestellt* (“A Mecânica e uma Consideração Crítico-Histórica de seu Desenvolvimento”), publicado em 1883. Assim, examinando a definição newtoniana de quantidade de matéria (massa): - *É a medida da mesma, obtida de sua densidade e volume conjuntamente* -, ele percebeu que essa definição era circular, já que não havia maneira de definir a densidade de um corpo independentemente de sua massa. Assim, propôs uma outra definição de massa, mais operacional e deduzida das relações dinâmicas dadas pela segunda e terceira (*A toda ação há sempre oposta uma reação igual, ou, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas a partes opostas*) leis de Newton, conforme segue. Estando dois corpos A e

B em contato mútuo, o corpo A exerce uma aceleração  $a$  sobre B, e este, exerce uma aceleração  $a'$  sobre A, porém de sentido contrário à aceleração  $a$ . Considerando a massa de um desses corpos como padrão, a do corpo A ( $m_A$ ), por exemplo, aquelas leis de Newton mostram que essas massas se relacionam como:  $m_B = m_A (a/a')$ . Desta maneira, concluiu Mach, sua definição de massa não precisa da “quantidade de matéria” envolvida na mesma. [Keith R. Symon, *Mechanics* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1961); Mach, op. cit.].

A questão da dependência da massa ( $m$ ) de um corpo com a sua velocidade ( $v$ ) tem sido objeto de investigação desde o Século 19. Por exemplo, em 1842, o físico e matemático escocês Sir George Gabriel Stokes (1819-1903) mostrou que uma esfera lisa de massa  $m_0$  movendo-se com velocidade  $v$  em um fluido ideal, infinito e incompressível, sua energia cinética ( $E$ ) e seu momento linear ( $p$ ) são dados, respectivamente, pelas expressões:  $E = mv^2/2$  e  $p = mv$ , sendo  $m = m_0 + \mu$ . Para Stokes o parâmetro  $\mu$  é uma *massa hidrodinâmica* que depende do raio da esfera e da densidade do meio. Mais tarde, em 1881 (*Philosophical Magazine* 11, p. 229), o físico inglês Sir Joseph John Thomson (1856-1940; PNF, 1906) chegou ao mesmo resultado, porém, desta vez, ao analisar o movimento de uma esfera carregada através de um espaço ilimitado cheio de um meio de capacidade indutiva  $K$ . Contudo, para o descobridor do elétron,  $\mu$  representava agora uma *massa eletromagnética* que aumentava indefinidamente na medida em que a velocidade da esfera se aproximava da velocidade da luz no vácuo ( $c$ ). O caráter eletromagnético de  $\mu$  também foi considerado pelo físico holandês Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928; PNF, 1902), inicialmente em 1896, com o nome de *massa renormalizada*, e em 1899 (*Physikalische Zeitschrift* 1, p. 39), ao usar sua Teoria dos Elétrons, formulada em 1892, sendo esta fundamentada teoricamente no eletromagnetismo maxwelliano; este havia sido o tema de sua Tese de Doutorado, defendida na *Universidade de Leiden*, em 1875. [Sir Edmund Taylor Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity: The Classical Theories* (Thomas Nelson and Sons, Ltd., 1951); Lev Borosovich Okun, *Physics Today* (p. 11, June, 1979); Abraham Pais, ‘Subtle is the Lord...’. *The Science and the Life of Albert Einstein* (Oxford University Press, 1982)].

Contudo, a questão atual da dependência de  $m(v)$  só começou a ser observada logo no início do Século 20. Assim, em 1901 (*Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, p. 143), 1902 (*Physikalische Zeitschrift* 4, p. 54) e 1903 (*Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, p. 90), o físico alemão Walther Kaufmann (1871-1947), em suas experiências no sentido de medir a massa do elétron ( $m_e$ ), usando o desvio de *raios beta* ( $\beta$ ) (elétrons) ao atravessar uma região de campo elétrico (produzido por um condensador) e um campo magnético (gerado por uma bobina), observou que aqueles “raios” apresentavam uma *massa aparente* maior de a sua *massa real*, de pelo menos três para um. Nessas experiências, Kaufmann percebeu que a *massa eletromagnética* do elétron dependia de sua velocidade.

Ainda em 1903 (*Annalen der Physik* 10, p. 105), o físico alemão Max Abraham (1875-1922) desenvolveu um modelo eletromagnético do elétron, considerando-o como uma esfera rígida (de raio  $a$ ) e com carga elétrica ( $e$ ) distribuída uniformemente em sua superfície (ideia que tivera em 1902). Desse modo, demonstrou que a “energia eletromagnética” ( $E_{em}$ ) e o “momento eletromagnético” ( $p_{em}$ ) do elétron (deslocando-se com velocidade  $v$ ) valiam, respectivamente:

$$E_{em} \approx e^2/(2a) + \mu v^2 + \dots, \quad p_{em} \approx \mu v + \dots \quad . \quad [\mu = 2e^2/(3ac^2)]$$

Ainda nesse trabalho, Abraham calculou o componente transversal da *massa eletromagnética* ( $m_t$ ), encontrando:

$$m_t = m_0 [1 + (2/5) \beta^2 + (3/70) \beta^4 + \dots], \quad (\beta = v/c)$$

onde  $m_0$  é a *massa de repouso* do elétron.

É oportuno destacar que, em 1903 (*Proceedings of the Royal Society of London* A72, p. 132) e 1904 (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London* A202, p. 165), os físicos irlandeses Frederick Thomas Trouton (1863-1922) e H. R. Noble tentaram demonstrar a existência do *éter luminífero cartesiano*, procurando encontrar uma possível interação entre a *massa eletromagnética* do elétron e aquele *éter* (em grego: *ar puro*), alinhando um capacitor carregado com a direção do movimento da Terra no “mar etéreo”. Com isso, eles procuravam encontrar um torque do capacitor em consequência daquela interação. Não encontraram nenhum torque. [Alexandre Cherman e Bruno Rainho Mendonça, *Por que as coisas caem? Uma breve história da gravidade* (Zahar, 2009)].

A dependência da *massa eletromagnética* e do *momento magnético* do elétron com a velocidade foi também objeto de um artigo por parte de Lorentz, em 1904 (*Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 6, p. 809), usando um conjunto de equações envolvendo espaço e tempo, a hoje conhecida *transformação de Lorentz*, que ele já havia encontrado, em 1899, porém com um fator de escala  $\varepsilon$ . Ao considerar  $\varepsilon = 1$ , nesse artigo de 1904, Lorentz encontrou que:

$$E_{em} \approx \mu_0 c^2 + \mu_1 v^2/2 + \dots, \quad p_{em} \approx \mu v + \dots,$$

onde:

$$\mu_0 = (3/4) \mu, \quad \mu_1 = (5/4) \mu, \quad \text{com } \mu = 2 e^2/(3 a c^2).$$

Também em 1904, em uma monografia intitulada *Mathematische Einführung in die Elektronentheorie* (“Introdução Matemática da Teoria do Elétron”), o físico alemão Alfred Heinrich Bucherer (1863-1927) demonstrou que um elétron se contraía ao se deslocar com velocidade de módulo  $v$  através do *éter*, porém, mantendo seu volume constante. Segundo esse modelo, a contração do elétron transformava-o em um elipsóide, cujos eixos principais da elipse eram dados por:

$$a s^{1/3}; \quad a s^{-1/6}, \quad \text{sendo: } s = 1 - v^2/c^2,$$

e  $a$  é o raio do elétron considerado inicialmente como esférico. Note que esse modelo previa uma *massa transversal* ( $m_t$ ) para o elétron em movimento, cujo valor se situava entre os encontrados por Abraham e por Lorentz, referidos acima.

Uma nova relação  $m(v)$ , desta vez em outra situação física, foi encontrada, em 1905 (*Annalen der Physik* 17, p. 891), pelo físico germano-norte-americano Albert Einstein (1879-1955; PNF, 1921), como decorrência de sua famosa Teoria da Relatividade Restrita, esta baseada nos seguintes postulados (em notação atual):

1) *As Leis da Física são invariantes por uma Transformação de Lorentz;*

2) *A velocidade da luz no vácuo ( $c$ ) é uma constante em qualquer sistema de referência.*

De posse desses dois postulados, Einstein demonstrou que, para um elétron em movimento com velocidade de módulo  $v$ , tem-se:

$$m_t = \mu \gamma^2; \quad m_\ell = \mu \gamma^{3/2}, \quad \text{onde } \gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$$

onde  $m_t$  e  $m_\ell$  representam, respectivamente, a massa do elétron no sentido transversal e direcional de seu movimento, e  $\mu$  é a massa do elétron, enquanto o seu movimento for lento (hoje:  $m_0$ , que é a *massa de repouso*). Em um outro trabalho, ainda em 1905 (*Annalen der Physik* 18, p. 639), Einstein

mostrou a equivalência entre a *inércia* (hoje, *massa inercial*) e *energia*, conforme se pode ver em: Albert Einstein, Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento e A Inércia de um Corpo será Dependente do seu Conteúdo Energético?, *IN: O Princípio da Relatividade* (Fundação Calouste Gulbenkian, 1978). Hoje, essa equivalência é traduzida pela célebre expressão:

$$E = m c^2 = m_0 \gamma c^2.$$

Na conclusão deste verbete sobre a evolução do conceito de massa, é oportuno incluir dois comentários. O primeiro está relacionado com o *mecanismo de Higgs* e o segundo com uma possível origem quântica da massa. Em verbetes desta série, vimos que a unificação entre as interações (forças) eletromagnética e fraca, proposta pela Teoria de Weinberg (1967)-Salam (1968) (TW-S), resulta na *força eletrofraca* que é mediada por quatro *quanta*: o *fóton* ( $\gamma$ ), partícula não-massiva e mediadora da interação eletromagnética, e os bósons massivos vetoriais ( $W^\pm, Z^0$ ), mediadores da interação fraca. Segundo a TW-S, no início, as partículas  $\gamma, W^\pm, Z^0$  têm massa nula e estão sujeita à simetria “gauge” (sobre essa simetria, ver verbete nesta série). No entanto, por intermédio do *mecanismo de Higgs* [proposto pelo físico inglês Peter Ware Higgs (n.1929), em 1964], do qual participam o *dubleto Higgs* ( $H^+, H^0$ ) e o *antidubleto Higgs* ( $H^-, \bar{H}^0$ ), há a quebra espontânea daquela simetria, ocasião em que  $\gamma$  permanece com massa nula, porém os  $W^\pm$  adquirem massas por incorporação dos bósons carregados ( $H^\pm$ ), ao passo que  $Z^0$  adquire massa de uma parte dos bósons neutros ( $H^0 + \bar{H}^0$ ), ficando a outra parte ( $H^0 - \bar{H}^0$ ) como uma nova partícula bosônica (spin nulo) escalar, o hoje famoso *bóson de Higgs* (bH) (hoje conhecida como a *partícula de Deus*), com uma massa de aproximadamente  $166 \text{ GeV}/c^2$ . [Abdus Salam, *Em Busca da Unificação* (Gradiva, 1991); Leon Lederman and Wick Teresi, *The God Particle* (Delta, 1993)]. Note que o bH é o *Santo Graal* da Física, pois a descoberta dele consolidará o Modelo Padrão da Física das Partículas Elementares. Por essa razão, ele está sendo procurado nos dois maiores aceleradores do mundo: o *Fermi Laboratories* (FERMILAB), nos Estados Unidos da América, com o seu acelerador *Tevatron*, e no *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire* (CERN), na fronteira França/Suíça, por intermédio de seu *Large Hadron Collider* (LHC) (“Grande Colisor de Hádrons”); esses aceleradores têm a capacidade de acelerar partículas com a energia de TeV [1 TeV (tera eV) =  $10^{12}$  eV, sendo que 1 eV ( $\sim 1,60 \times 10^{-19}$  J) é a energia eletrostática de um elétron (e) sob a diferença de potencial de 1 volt (V)]. É interessante destacar que, em 30 de março de 2010, o LHC conseguiu realizar a colisão de dois feixes de prótons (íon-íon), em sentidos contrários, cada um com a energia de 3,5 TeV. Em vista disso, os cientistas que trabalham no LHC pretendem confirmar a existência teórica do bH.

O segundo comentário relaciona-se com uma possível origem quântica da massa, conforme registramos acima. Essa possibilidade decorre da aplicação da Mecânica Quântica de de Broglie (1926)-Bohm (1952), por exemplo, ao movimento de um pacote de onda gaussiano em um campo elétrico ou gravitacional, e o de um elétron estendido (com dimensões maiores do que o raio clássico do elétron:  $\sim 0,5 \times 10^{-10}$  m). Tais aplicações mostram que o atributo da massa pode ser visto como um efeito quântico derivado do *potencial quântico de Bohm* ( $V_{QB}$ ) (sobre este potencial, ver verbete nesta série). [Peter R. Holland, *The Quantum Theory of Motion: An Account of the de Broglie-Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics* (Cambridge University Press, 1993); José Maria Filardo Bassalo, Paulo de Tarso Santos Alencar, Mauro Sérgio Dorsa Cattani e Antonio Boulhosa Nassar, *Tópicos de Mecânica Quântica de de Broglie-Bohm* (EDUFPA, 2002); José Maria Filardo Bassalo, Paulo de Tarso Santos Alencar, Daniel Gemaque da Silva, Mauro Sérgio Dorsa Cattani e Antonio Boulhosa Nassar, *arXiv*, (12 de abril de 2010)].



ANTERIOR

SEGUINTE