CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo
www.bassalo.com.br

Braço de Alavanca Arquimediano/Da Vinciano.

O matemático grego Arquimedes de Siracusa (c.287-212) formalizou as *leis da alavanca* em seu tratado **De Aequiponderantibus** ("Sobre o Equilíbrio dos Planos"), usando argumentos lógicos diretos e por intermédio de quatro de seus sete Postulados com os quais iniciou esse seu tratado, e que são os seguintes [Arquimedes, **Great Books of the Western World 10** (Encyclopaedia Britannica, Inc., 1993)]:

Postulado 1:- Pesos iguais a igual distância estão em equilíbrio, e pesos iguais a distâncias desiguais não estão em equilíbrio, mas inclinam-se para o peso que está na maior distância;

Postulado 2: - *Se, quando pesos em determinadas distâncias estão em equilíbrio, se algo for adicionado a um desses pesos, então o equilíbrio é rompido e se inclina para o lado em que o peso foi aumentado;*

Postulado 3: - *Similarmente, se algo for subtraído de um dos dois pesos, então o equilíbrio é rompido e se inclina para o lado em que o peso não foi alterado;*

Postulado 6: - *Se grandezas a certa distância estão em equilíbrio, outras grandezas iguais a elas estarão também em equilíbrio nessa mesma distância*.

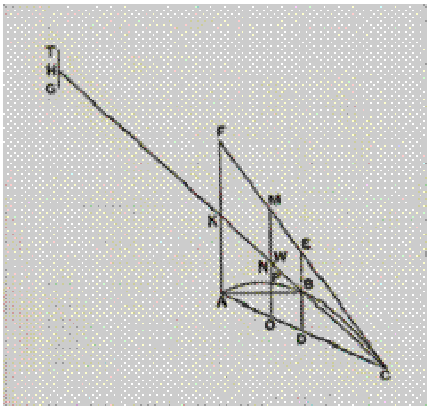
De posse desses Postulados Arquimedes demonstrou as seguintes Proposições

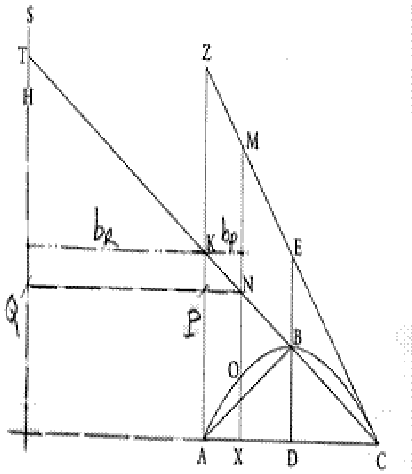
Proposições 6/7: - *Grandezas comensuráveis* (6) *ou incomensuráveis* (7) *equilibram-se quando são inversamente proporcionais às suas distâncias ao ponto de apoio*

Essas Proposições, conhecidas como Leis da Alavanca de Arquimedes, foram novamente tratadas por Arquimedes em seu livro intitulado **Método** (***Códex C***), que se inicia com uma carta que Arquimedes escreveu para o astrônomo grego Eratóstenes de Cirena (c.276-c.196), célebre por haver calculado o diâmetro da Terra (vide verbete nesta série). É interessante ressaltar que esse livro esteve perdido por cerca de 800 anos, desde quando soldados cristãos, em abril de 1204, saquearam Constantinopla, então a cidade mais rica da Europa. Sobre a história desse desaparecimento e da tradução de seu texto, ver o excelente livro: Reviel Netz e William Noel, **Códex Arquimedes** (Record, 2009).

Arquimedes usou as Proposições 6/7 de seu **De Aequiponderantibus** para, na demonstração da Proposição 1 de seu **Método**, calcular a área de um segmento de parábola, como sendo 4/3 da área do triângulo inscrito (ver figura mais adiante). É oportuno registrar que as secções cônicas (parábola, hipérbole e elipse), haviam sido descobertas pelo matemático grego Apolônio de Perga (Pérgamo) (c.261-c.190) (vide verbete nesta série). Na demonstração referida acima, está implícito (em meu entendimento) o que mais tarde o artista, inventor e cientista italiano Leonardo da Vinci (1452-1519) chamaria de *alavanca potencial* (hoje, *braço de alavanca*). Com efeito, em seus escritos sobre esse tema, Da Vinci demonstrou que dada uma alavanca **AB**, de extremidade **A** móvel, se em sua extremidade **B** são aplicados dois pesos, um vertical **P** e um horizontal **Q** (este aplicado por intermédio de uma roldana), e se o equilíbrio dessa alavanca ocorre para uma dada posição de sua inclinação, então a relação **P/Q** depende das distâncias, horizontal e vertical, entre, respectivamente, as direções de **P** e **Q** e o ponto de rotação **A**. [Clifford Ambrose Truesdell III, **Essays in the History of Mechanics** (Springer-Verlag, 1968)].

Na demonstração do cálculo da área de um segmento de parábola, Arquimedes usa também uma alavanca inclinada (**HKN**), com os "pesos" representados pelos segmentos de reta **MO** e **TG**, conforme indica a figura (do lado esquerdo) do livro de Arquimedes (op. cit.).





Já no livro de Netz e Noel (op. cit.), a alavanca inclinada (figura do lado direito) é representada por **TKC** e os “pesos”, por **MX** e **SH**. Para demonstramos a nossa conjectura, usaremos a figura do livro do Netz e Noel. De **N** tracemos uma paralela a **AC**, que encontrará **ZA** no ponto **P**, e o prolongamento de **SH** no ponto **Q**. Desse modo, construímos dois triângulos semelhantes: **TQN** e **KPN**. Usando a geometria euclidiana [escrita pelo matemático grego Euclides de Alexandria (c.323-c.285); **Great Books of the Western World 10**, op. cit.], temos:

$$NQ/NP = NT/NK \rightarrow (NQ-NP)/NP = (NT-NK)/NK \rightarrow QP/NP = KT/NK \quad (1)$$

Ora, Arquimedes havia demonstrado que:

$$MX(MO)/SH(TG) = KT(KH)/NK \quad (2);$$

então comparando (1) e (2), virá:

$$MX/SH = QP/NP \rightarrow MX \times NP = SH \times QP. \qquad (3)$$

Na linguagem moderna dos momentos estáticos (vide verbete nesta série), e considerando MX e SH como sendo, respectivamente, os pesos **P** (potência) e **R** (resistência) e **NP** e **QP**, respectivamente, os braços de alavanca de **P** (b_P) e de **R** (b_R), a expressão (3) traduz a célebre expressão do *equilíbrio da alavanca arquimediana-da vinciana*:

$$P \times b_P = R \times b_R.$$

Em vista do exposto acima, cremos que o conceito de *alavanca potencial da vinciana* já estava implícito nos trabalhos de Arquimedes.
