



CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo

www.bassalo.com.br

Momento de Inércia e Leis da Mecânica Rotacional.

Como vimos em verbetes desta série, em 1750, físico e matemático suíço Leonhard Euler (1707-1783) formulou o famoso **Princípio do Balanço do Momento Linear** como uma extensão da **Segunda Lei de Newton** (SLN) (1687), e segundo o qual a aceleração (\vec{a}) de qualquer parte infinitesimal de um corpo sólido é igual à força (\vec{F}) por unidade de massa (m). Na notação atual, essa afirmação é traduzida pela expressão: $\vec{F} = m\vec{a}$. Aliás, esse princípio já havia sido tratado por Euler, em 1736, em seu livro intitulado **Mechanica, sive Motus Scientia Analytice Exposita** ("Mecânica, ou Ciência do Movimento Exposta Analiticamente"), no qual apresentou de maneira clara e precisa os conceitos de ponto material e de aceleração. Contudo, foi somente no referido trabalho de 1750 (somente publicado em 1752), que Euler escreveu a SLN, na forma cartesiana atual:

$$F_x = m a_x, F_y = m a_y, F_z = m a_z.$$

Baseado naquele Princípio, durante a década de 1750, Euler realizou trabalhos que fixaram as bases da **Mecânica dos Corpos Rígidos (Sólidos)**, da qual a **Mecânica Rotacional** faz parte. Assim, Euler definiu para cada corpo sólido um **centro de massa** ou **centro de inércia**, em relação ao qual a SLN deve ser referida e não, necessariamente, ao centro de gravidade. Euler também demonstrou que cada corpo tem um eixo instantâneo de rotação. É oportuno destacar que, em 1755, o físico e matemático alemão Johann Andreas von Segner (1704-1777) provou que cada corpo rígido tem pelo menos três eixos instantâneos de rotação e que são mutuamente perpendiculares.

Em seu estudo sobre a **Mecânica dos Corpos Sólidos**, Euler precisou o conceito de **momento de inércia** (I) [nome cunhado por ele, já que este conceito havia aparecido nos trabalhos do físico holandês Christiaan Huygens (1629-1695), em 1673, ao estudar o pêndulo composto], ao tomar o torque (produto da força pela distância) em relação ao centro de gravidade dos corpos. Hoje, I é dado por:

$$I = \sum_i m_i r_i^2,$$

onde m_i representa a massa de uma partícula (ou parte homogênea) constituinte do corpo, e r_i a sua distância ao centro de gravidade. Usando esse conceito, Euler apresentou as equações diferenciais da **Mecânica Rotacional** – as hoje famosas **equações de Euler**:

$$I_1 + d\omega_1 / dt + (I_3 - I_2)\omega_3\omega_2 = N_1,$$

$$I_2 + d\omega_2 / dt + (I_1 - I_3)\omega_1\omega_3 = N_2,$$

$$I_3 + d\omega_3 / dt + (I_2 - I_1)\omega_2\omega_1 = N_3,$$

onde I_i , ω_i ($= d\alpha_i / dt$, com α_i sendo o deslocamento angular) e N_i ($i = 1, 2, 3$) representam, respectivamente, as projeções do **momento de inércia**, velocidade angular e do torque em relação aos

eixos principais de inércia (três eixos perpendiculares entre si e que passam por um ponto fixo que, no caso de um corpo rígido, denomina-se **centro de massa** ou **centro de inércia**). É oportuno destacar que quando, em 1822, o matemático francês, o Barão Agustín Louis Cauchy (1789-1857) percebeu o caráter tensorial das tensões, verificou-se que o **momento de inércia** também apresentava esse mesmo caráter. Mais tarde, em 1898, o físico alemão Woldemar Voigt deu o nome de **tensor** a esse ente matemático.

Note que Euler usou suas equações para entender o movimento de um corpo sólido em torno do centro de seu centro gravidade sendo este considerado como um ponto fixo. Nessa ocasião, Euler estava interessado no estudo da precessão dos equinócios e da nutação (pequeno deslocamento) dos eixos terrestres, estudo esse que começara em 1751. Destaque, também, que Euler apresentou seu trabalho sobre **Mecânica Rotacional** no livro intitulado **Theoria Motus Corporum Solidorum** (“Teoria do Movimento dos Corpos Sólidos”), publicado em 1765.

É interessante observar que Euler, em 1776, apresentou o **Princípio do Balanço do Momentum Angular**, juntamente com as **Leis da Mecânica** (hoje, **Leis da Mecânica de Euler**):

Primeira Lei: - *A força total (F) atuando em um corpo é igual à taxa de variação do momentum total (linear) (M):* $F = dM/dt$;

Segunda Lei: - *O torque total (L) atuando em um corpo é igual à taxa de variação do momentum do momento (momentum angular) (H):* $L = dH/dt$,

onde L e H são tomados em relação a um mesmo ponto.

Hoje, a **Mecânica Rotacional** é traduzida pelas expressões:

$$\vec{F} = d\vec{p} / dt = m\vec{a} \quad (\vec{a} = d\vec{v} / dt) \quad \text{e} \quad \vec{N} = d\vec{L} / dt = I\vec{\omega} \quad (\text{torque}),$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\vec{v} = d\vec{r} / dt), \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{e} \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (\text{momento angular}).$$

Para maiores detalhes históricos sobre a **Mecânica Rotacional** e, em particular, dos trabalhos de Euler, ver: Sir Edmund Taylor Whittaker, **A History of the Theories of Aether and Electricity: The Classical Theories** (Thomas Nelson and Sons Ltd., 1951); Clifford Ambrose Truesdell III, **Essays in the History of Mechanics** (Springer-Verlag, 1698); Ernst Mach, **The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Development** (The Open Court Publishing Company, 1974); A. P. Youschkevitch, **IN : Dicionário de Biografias Científicas** (Contraponto, 2007).



ANTERIOR

SEGUINTE