CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo
www.bassalo.com.br

Estrelas Invisíveis, Evolução Estelar, Singularidade de Schwarzchild e Buraco Negro.

Em verbetes desta série, vimos que o físico inglês Sir Isaac Newton (1642-1727) no Livro III de seu célebre **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica** ("Princípios Matemáticos da Filosofia Natural"), publicado em 1687, apresentou a ***Lei da Gravitação Universal***: – *A gravidade opera proporcionalmente à quantidade de matéria e propaga sua virtude para todos os lados a distâncias imensas, decrescendo sempre como o inverso do quadrado da distância*. Com essa lei, encontrou a ``estrutura do sistema do mundo". Assim, dentre as proposições demonstradas neste Livro, destacam-se: a explicação do movimento kepleriano dos satélites da Terra, Júpiter e de Saturno e o cálculo da forma da Terra: achatada nos polos e alongada no equador, justamente o oposto do modelo proposto pelo filósofo, físico e matemático francês René du Perron Descartes (1596-1650) em seu livro intitulado **Principia Philosophiae** ("Princípios de Filosofia"), de 1644. Neste livro, Descartes admitiu a infinitude do Universo e, como não aceitava a ideia de *força de ação a distância newtoniana*, e considerando que a interação de sistemas físicos só poderia ocorrer por contato, Descartes foi levado ao conceito de ***éter*** (diferente do ***éter aristotélico***) – o seu ***plenum*** – e, em consequência, formulou sua ***Teoria dos Vórtices*** para explicar a ***gravitação***.

No Século 18, a ***gravitação newtoniana*** foi usada para medir com precisão cada vez maior as dimensões do Sistema Solar. Essa junção, mais tarde conhecida como ***Mecânica Celeste*** [nome devido ao do título do tratado, composto de cinco livros, escrito pelo astrônomo e matemático francês Pierre Simon, Marquês de Laplace (1749-1827), entre 1798 e 1827] permitiu a descoberta do planeta Urano, pelo astrônomo alemão Sir Friedrich Wilhelm (William) Herschel (1738-1822), em 1781. No estudo dessa Mecânica, além da medição mais precisa das órbitas planetárias, novos problemas foram colocados. Por exemplo, Newton havia mostrado em seu **Principia** que um corpo, lançado com determinada velocidade, poderia orbitar em torno da Terra, tornando-se um ***satélite***, assim como a Lua orbita em torno da Terra. Portanto, uma pergunta consequente seria a de saber qual a velocidade de um objeto para escapar (***velocidade de escape*** – v_{esc}) do campo gravitacional terrestre. Essa pergunta começou a ser respondida por Laplace, em 1782, quando estudou a atração gravitacional de corpos esferoidais (esferas achatadas) e introduziu o conceito de ***função potencial gravitacional*** V, que significa o ***trabalho*** (τ) realizado para deslocar um corpo entre dois pontos de sua trajetória. Contudo, o cálculo de v_{esc} só foi realizado no século seguinte como veremos mais adiante. Além disso, uma questão intrigante foi colocada na penúltima década do Século 18. Com efeito, em 27 de novembro de 1783, o filósofo natural e geólogo, o Reverendo inglês John Michell (1724-1793) discutiu na *Royal Society of London* a possibilidade de estrelas suficientemente compactas parecerem totalmente escuras. Em 1795, em seu célebre trabalho intitulado **Exposition du Système du Monde** ("Exposição do Sistema do Mundo"), Laplace tratou dessa questão, afirmando: - *Um astro luminoso de mesma densidade que a terra, com um diâmetro duzentos e cincoenta vezes que o do sol, não deixaria em virtude de sua atração, que nenhum de seus raios chegassem até nós; é portanto possível que os maiores corpos luminosos do universo, sejam por isso, invisíveis*. [Charles W. Misner, Kip S. Thorne and John Archibald Wheeler, **Gravitation** (W. H. Freeman and Company, 1973).]

Em 1798 (*Transactions of the Royal Society of London* **88**, p. 469), físico e químico inglês Lord Henry Cavendish (1731-1810) calculou a ***constante de gravitação*** G, de modo que, hoje, podemos escrever que um corpo de massa (m) a uma distância (r) do centro da Terra, tem seu peso (P) dado pela expressão: $P = G\ m\ M/r^2$, onde M é a massa da Terra. Ora, como $P = m\ g$, então: $g = G\ M/r^2$, representa a ***aceleração da gravidade*** ou ***campo gravitacional***.

Vejamos agora o cálculo de v_{esc}, que depende dos conceitos de ***energia potencial gravitacional*** (EPG) e ***energia cinética*** (T). Uma primeira ideia incipiente de EPG foi apresentada pelo astrônomo e físico italiano Galileu Galilei (1564-1642) em seus trabalhos realizados sobre o plano inclinado, iniciados em 1594, nos quais mostrou que se um peso desce sobre o plano inclinado (liso ou sem atrito, como hoje se diz), outro ligado a ele por uma roldana, sobe de uma distância que depende da relação entre os pesos desses corpos. Essa ideia foi retomada por Galileu em seus dois últimos anos de vida (1641-1642) quando refletiu sobre a ciência Mecânica que havia criado em seu célebre livro **Discorsi e Dimostrazione Mathematiche intorno a Due Nuove Attenenti alla Mechanica ed i Movimenti Locali** ("Discursos e Demonstrações em torno de Duas Novas Ciências Atinentes à Mecânica e aos Movimentos Locais"), publicado em 1638.

O conceito moderno de ***energia*** (***trabalho***) ***mecânica*** (E) foi introduzido no Século 19. Com efeito, logo em 1807, o físico e médico inglês Thomas Young (1793-1829) publicou o livro intitulado **Lectures on Natural Philosophy** ("Conferências sobre Filosofia Natural"), no qual usou o termo ***energia*** no sentido hoje conhecido, ou seja: - *Capacidade de realizar trabalho*. Em 1826, o matemático francês, o General Jean Victor Poncelet (1788-1867) introduziu o ***trabalho mecânico*** ( ) para representar o produto de uma força (F) que atua em um corpo, pelo deslocamento (s) sofrido pelo mesmo devido à ação dessa mesma força (e na mesma direção desta), isto é: $\tau = Fs$. Por sua vez, em 1829, no livro **Du Calcul de l´Effet des Machines** ("Sobre o Cálculo do Efeito das Máquinas"), o físico francês Gustave Gaspard Coriolis (1792-1843) mostrou que o ***trabalho*** também poderia ser calculado usando o efeito espacial de uma força constante. Assim, demonstrou que: $Fs = (1/2)\ mv^2$. A esse efeito espacial de uma força Coriolis deu o nome de ***energia cinética***. Em 1835 (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **II**, p. 247), o matemático irlandês Sir William Rowan Hamilton (1805-1865) conceitou o que hoje se conhece como ***hamiltoniano***, que representa a ***energia total*** (H = E), isto é, a soma da ***energia cinética*** (T) com a ***energia potencial*** (V): $H = T + V$. Entre 1853 e 1859, o físico e engenheiro escocês William John Macquorn Rankine (1820-1872) realizou pesquisas nas quais observou que um corpo de peso ($P = m\ g$) em uma altura (h), em queda livre, realiza um ***trabalho*** ($\tau = m\ g\ h$) que nada mais é do que a variação de sua ***energia potencial***. Assim, usando-se o conceito de ***energia potencial de Laplace***, a observação de Rankine leva a definição de ***energia potencial gravitacional atrativa*** (V_G) (daí a razão do sinal menos na definição que se segue) de um corpo de massa (m) a uma distância (r) do centro da Terra: $V_G = -\ m\ g\ r = -\ m\ M\ G/r$, onde foi usado o valor de g visto acima. Note-se que o ***potencial gravitacional atrativo*** [Φ (r)] é definido como: $\Phi (r) = -\ V_G/m = -\ M\ G/r$.

A v_{esc}. é calculada assumindo que a energia total é zero, ou seja: quando a ***energia cinética*** de um corpo de massa (m) colocado na superfície de outro corpo de massa (M) e raio (R) é igualada a sua ***energia potencial***, isto é, quando tivermos o seguinte: $m\ v^2/2 = m\ G\ M/R \rightarrow v_{esc} =$. [Clifford E. Swartz, **Phenomenal Physics** (John Wiley & Sons, Inc., 1981).]

Muito embora a ***Mecânica Celeste*** tenha contribuído para o desenvolvimento da Astronomia ela, no entanto, apresentava duas questões inquietantes: 1ª) não conseguia explicar o ***avanço*** (***precessão***) ***do periélio de Mercúrio***, 43 segundos de arco (43") por século, medido pelo astrônomo francês Urbain Jean Joseph Le Verrier (1811-1887), em 1859; 2ª) a confirmação do cálculo do desvio (*bending*) sofrido pela luz ao passar pelo Sol. Esse desvio (0",85) foi calculado (sem publicá-lo), em 1786, por Cavendish e confirmado pelo astrônomo alemão Johann George von Soldner (1776-1833), em 1804. Registre-se que o próprio Newton questionara esse desvio em seu livro **Optics** ("Óptica"), publicado em 1704 (vide verbete nesta série) Observe-se que essas questões foram respondidas pela ***Gravitação Einsteiniana***.

Em 1915 (*Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften* **2**, p. 778; 799; 831; 844), o físico germano-suíço-norte-americano Albert Einstein (1879-1955; PNF, 1921) formulou a hoje célebre Teoria da Relatividade Geral (TRG) traduzida pela ***Equação de Einstein*** (EE):

$$R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu} R/2 = - 8 \pi G T_{\mu\nu},$$

onde $g_{\mu\nu}$ ($g^{\mu\nu}$) é o ***tensor métrico riemanniano***, $R_{\mu\nu}$ é o ***tensor geométrico de Ricci***, $T_{\mu\nu}$ é o ***tensor energia-matéria***, $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ (o índice repetido significa uma soma sobre o mesmo de acordo com a ***convenção de Einstein***), G é a ***constante de gravitação de Newton-Cavendish***, e μ, ν = 0, 1, 2, 3 ou 1, 2, 3, 4, dependendo do que se chama de *assinatura* da métrica: tempo e três coordenadas espaciais ou três coordenadas espaciais e tempo. Observe-se que, também em 1915 (*Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Nachrichten Mathematisch-Physikalische Klasse* **1**, p. 395), o matemático alemão David Hilbert (1862-1943) obteve a EE por intermédio de um ***princípio variacional***.

Logo depois, em 1916 (*Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften* **1**, p. 189; 424), o astrônomo alemão Karl Schwarszchild (1873-1916) encontrou uma solução rigorosa para a EE no espaço vazio e fora da fonte ($T_{\mu\nu} = 0$). Assim, considerou um campo estático esfericamente simétrico (isotrópico) produzido por um corpo também esfericamente simétrico em repouso. Essa solução ficou mundialmente conhecida como a ***Métrica de Schwarszchild*** (MS). Vejamos como obtê-la e, para isso, usarei os textos: Steven Weinberg, **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity** (John Wiley & Sons, 1972); Paul Adrien Maurice Dirac, **General Theory of Relativity** (John Wiley & Sons, 1975); José Leite Lopes, **Théorie Relativiste de la Gravitation** (Masson, 1993).

Multiplicando a EE por $g^{\mu\nu}$, considerando que $g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = \delta^{\mu}{}_{\mu}$ (***símbolo de Kronecker***) = 4, o valor de R dado acima, e que $g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = T^{\mu}{}_{\mu} \quad T^{\lambda}{}_{\lambda}$, teremos:

$$g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} - g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} R/2 = - 8 \pi G g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} \rightarrow R = 8 \pi G T^{\mu}{}_{\mu} \rightarrow$$

$$R_{\mu\nu} = - 8 \pi G (T_{\mu\nu} - ½ g_{\mu\nu} T^{\lambda}{}_{\lambda}).$$

Assim, para calcular a MS, vamos usar a forma tensorial de $R_{\mu\nu}$ (Weinberg, op. cit.):

$$R_{\mu\nu} = \partial\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\lambda}/\partial x^{\nu} - \partial\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}/\partial x^{\lambda} + \Gamma^{\eta}{}_{\mu\lambda} \Gamma^{\lambda}{}_{\nu\eta} - \Gamma^{\eta}{}_{\mu\nu} \Gamma^{\lambda}{}_{\lambda\eta} ,$$

onde $\Gamma^{\alpha}{}_{\beta\gamma}$ é o ***símbolo de Christoffel*** [José Maria Filardo Bassalo e Mauro Sérgio Dorsa Cattani, **Cálculo Exterior** (Livraria da Física, 2009)], definido por:

$$\Gamma^{k}{}_{ij} = \Gamma^{k}{}_{ji} = ½ g^{km} (\partial_i g_{mj} + \partial_j g_{im} - \partial_k g_{ij}), \text{ onde: } \partial_i = \partial/\partial x^i.$$

Vejamos, agora, os componentes do ***tensor métrico riemanniano*** $g^{\mu\nu}$ ($g_{\mu\nu}$), para poder calcularmos os Γ e, portanto, o $R_{\mu\nu}$. A condição estática significa que os elementos de $g_{\mu\nu}$ são independentes do tempo t (x^0), isto é: $dx^0 = - dx^0$, o que resulta em $g_{0k} = 0$. De um modo geral, a ***métrica*** (ds^2) da ***geometria riemanniana*** é definida por: $ds^2 = g_{\mu\nu} (x) dx^{\mu} dx^{\nu}$. Assim, considerando uma simetria esférica (cujas coordenadas são: $x^1 = r$, $x^2 = \theta$ e $x^3 = \phi$ e se considera o sistema natural: c = 1, onde c é a velocidade da Liz no vácuo), a ds^2 mais compatível é definida por (Weinberg, op. cit.; Dirac, op. cit.; Leite Lopes, op. cit.):

$$ds^2 = g_{\mu\nu} (x) dx^{\mu} dx^{\nu} = \exp (2 \nu) dt^2 - \exp (2 \lambda) dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \text{sen}^2 \theta d\phi^2)$$

com ν (r) e λ (r). Então (lembrar que $g^{\mu\mu} g_{\mu\mu} = 1$, não valendo a ***convenção de Einstein***):

$$g_{00} = \exp(2\nu),\ \ g^{00} = \exp(-2\nu),\ \ g_{11} = -\exp(2\lambda),\ \ g^{11} = -\exp(-2\lambda),$$

$$g_{22} = -r^2,\ \ g^{22} = -r^{-2},\ \ g_{33} = -r^2\,\mathrm{sen}^2\theta,\ \ g^{33} = -r^{-2}\,\mathrm{sen}^{-2}\theta,$$

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = 0\ (\mu \neq \nu).$$

Com esses valores de $g^{\mu\nu}$ ($g_{\mu\nu}$), resulta (Dirac, op. cit.):

$$\Gamma^1{}_{00} = (d\nu/dr)\exp[2(\nu - \lambda)],\ \ \Gamma^0{}_{10} = (d\nu/dr),\ \ \Gamma^1{}_{11} = d\lambda/dr,$$

$$\Gamma^1{}_{33} = -r\,\mathrm{sen}^2\theta\exp(-2\lambda),\ \ \Gamma^2{}_{33} = -\mathrm{sen}\,\theta\ \cos\theta\,.$$

De posse desses valores, se pode mostrar que (Dirac, op. cit.):

$$R_{00} = [-d^2\nu/dr^2 + (d\nu/dr)(d\lambda/dr) - (d\nu/dr)^2 - 2(d\nu/dr)/r]\exp[2(\nu - \lambda)],$$

$$R_{11} = d^2\nu/dr^2 - (d\nu/dr)(d\lambda/dr) + (d\nu/dr)^2 - 2(d\lambda/dr)/r\,,$$

$$R_{22} = [1 + r(d\nu/dr) - r(d\lambda/dr)]\exp(-2\lambda) - 1,$$

$$R_{33} = R_{22}\,\mathrm{sen}^2\theta,\ R_{\mu\nu} = 0\ (\mu \neq \nu).$$

Considerando-se o espaço vazio ($R_{\mu\nu} = 0$), então as expressões acima nos mostram que, para $R_{00} = R_{11} = 0$, resultará:

$$-d^2\nu/dr^2 + (d\nu/dr)(d\lambda/dr) - (d\nu/dr)^2 - 2(d\nu/dr)/r = 0,$$

$$d^2\nu/dr^2 - (d\nu/dr)(d\lambda/dr) + (d\nu/dr)^2 - 2(d\lambda/dr)/r = 0,$$

expressões essas que levam ao seguinte resultado: $d\nu/dr = -d\lambda/dr$ que, integrado, dará: $\nu + \lambda =$ constante. Ora, como a ***métrica riemaniana*** ($g_{\mu\nu}$) tende para a ***métrica euclidiana*** (espaço plano) quando $r \to \infty$, portanto $\nu(r)$ e $\lambda(r)$ tendem para zero e, portanto, $\nu + \lambda = 0 \to \nu = -\lambda$.

Considerando que $R_{22} = 0$ e usando as expressões envolvendo ν e λ e suas derivadas, decorrerá:

$$[1 + 2r(d\nu/dr)]\exp(2\nu) = d[r\exp(2\nu)]/dr = 1 \ \to$$

$$r\exp(2\nu) = r + \text{constante} = r - 2\ell \to\ \exp(2\nu) = g_{00} = 1 - 2\ell/r \to$$

$$\exp(2\lambda) = g_{11} = (1 - 2\ell/r)^{-1}.$$

Como essa ***solução de Schwarzchild*** é matemática, vejamos então o significado físico de ℓ. Como a EE é muito difícil de ser resolvida, procuram-se então algumas condições que facilitem sua solução. Uma primeira condição é a de que a ***gravitação newtoniana*** seja o limite da ***gravitação einsteniana*** quando $r \to \infty$, isto é, quando o campo gravitacional é fraco. Desse modo, pode-se mostrar que (Dirac, op. cit.; Leite Lopes, op. cit.): $g_{00} \approx 1 + 2\,\Phi$, sendo Φ o ***potencial gravitacional*** de um corpo esférico de massa M e que vale - M G/r, como vimos acima. Assim, podemos escrever que: $g_{00} \approx 1 - 2\,M\,G/r = 1 - 2\,\ell\,/r \;\rightarrow\; \ell = M\,G$, onde G é a ***constante de gravitação***. Em vista disso, a MS toma o seguinte aspecto:

$$ds^2 = (1 - 2\,MG/r)\,dt^2 - (1 - 2\,MG/r)^{-1}\,dr^2 - r^2\,(d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\,\theta\,d\phi^2).$$

A expressão acima mostra que quando r = 2 G M há uma singularidade, (mais tarde conhecida como de ***singularidade de Schwarzchild***) que, no caso, decorre apenas da escolha do sistema de coordenadas considerado e que ela pode ser removida por uma mudança de coordenadas (Dirac, op. cit.; Leite Lopes, op. cit.). Contudo, com o decorrer do desenvolvimento da Astrofísica (estudo físico da Astronomia), essa ***singularidade*** teve uma nova interpretação. Vejamos qual.

Em verbetes desta série vimos que**,** em 1917 (*Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenchaften* **1**, p. 142), Einstein apresentou um novo aspecto de sua equação, qual seja:

$$R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\,R/2 + \Lambda\,g_{\mu\nu} = - 8\,\pi\,G\,T_{\mu\nu},$$

onde $\Lambda\,g_{\mu\nu}$ é o famoso ***termo cosmológico*** (TC). Esse termo foi colocado por ele em virtude da solução que obtivera de sua equação de 1915, não conter ***soluções estáticas***, conforme indicavam as observações cosmológicas. Note-se que ***soluções não-estáticas*** da EE foram encontradas, em 1922 (*Zeitschrift für Physik* **10**, p. 377), pelo matemático russo Aleksandr Aleksandrovich Friedmann (1888-1925) ao resolver a EE sem Λ e admitir uma matéria homogênea e distribuída isotropicamente no Universo.

A possibilidade teórica de um ***Universo em Expansão*** prevista por Friedmann em 1922, e confirmada, em 1927 (*Annales de la Societé Scientifique des Bruxelles* **A47**, p. 49), pelo astrônomo belga, o abade Georges Edouard Lemaître (1894-1966) [que, mais tarde, em 1946, no livro intitulado **L´Hypothèse de l´Atome Primitif** (Neuchâtel, Griffon) afirmou que o Universo teria começado a partir da explosão de um ***átomo primordial*** ou ***ovo cósmico***, que conteria toda a matéria do Universo], teve uma primeira confirmação experimental por parte do astrônomo norte-americano Edwin Powell Hubble (1889-1953), em 1929 (*Proceedings of the National Academy of Sciences* **15**, p. 169), ao observar cerca de 18 galáxias próximas de nossa *Galáxia Via Láctea* apresentavam, em seu espectro, um deslocamento para o vermelho (*red shift*) que, interpretado como devido ao ***efeito Doppler-Fizeau***, o mesmo significava uma fuga das galáxias, em relação ao observador. Registre-se que, antes de Hubble, o astrônomo norte-americano Vesto Melvin Slipher (1875-1969), em 1913 (*Lowell Observatory Bulletin* **58**, p. 56) fez observações espectroscópicas que indicavam que a ***Nebulosa de Andrômeda*** se aproximava do Sol com uma velocidade radial de ~ 300 km/s, uma das mais altas até o momento observadas. Essas observações foram confirmadas por ele, em 1915 (*Popular Astronomy* **23**, p. 21) e, em 1917 (*Proceedings of the American Philosophical Society* **56**, p. 403; *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **29**) tanto para a ***Andrômeda*** quanto para outras galáxias espiraladas.

A ***solução de Schwarzchild*** vista acima vale para pontos fora (e sem matéria) da superfície do corpo (de raio R e massa M) que produziu o campo gravitacional como (p. e: uma estrela) e com a seguinte condição: r > 2 G M. E para pontos internos, isto é: r < 2 G M? Para examinar essa questão, vejamos como o estudo a *evolução estelar*. Ainda em verbetes desta série, vimos que astrônomo inglês Sir Arthur Eddington (1882-1944), em 1914, escreveu o livro intitulado **Stellar Movements and the Structure of the Universe** (Cambridge University Press), no qual apresentou uma verdadeira súmula de todo o conhecimento existente sobre a distribuição e dinâmica das estrelas nos diversos tipos de nebulosas. Em 1916 (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 77, p. 16), Eddington apresentou a ideia de que o equilíbrio estelar deve-se ao balanço entre a atração gravitacional e as pressões: gasosa e de radiação. Já em 1920 (*Observatory* 43, p. 353), em uma Reunião da *Sociedade*

Britânica para o Progresso da Ciência, Eddington propôs que o mecanismo de geração de energia das estrelas decorria da conversão (fusão) de quatro átomos de hidrogênio (H) em um núcleo de hélio (He). Ainda nessa Reunião, ele afirmou que, devido a essa conversão, a estrela [principalmente a ***anã branca***, que é o objeto celeste resultante do processo evolutivo de estrelas de até 10 M_S (M_S = massa do Sol)] perde energia e contrai-se provocando um aumento de temperatura e, consequentemente, esse tipo de estrela radiaria intensamente de acordo com a teoria clássica da relação entre energia térmica (E) e temperatura absoluta (T), qual seja: , onde k é a ***constante de Boltzmann***.

Em 1924 (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **84**, p. 308), Eddington retomou a ideia que tivera, em 1916, sobre o equilíbrio estelar e mostrou que nas ***anãs brancas*** o campo gravitacional é tão forte que produz uma grande contração, reduzindo-lhe o tamanho e, em consequência disso, os átomos perdem a maioria de seus elétrons, restando um gás altamente ionizado formando assim um estado de ***matéria degenerada***, com uma densidade média de 10^8 kg/m^3. Nesse trabalho, Eddington calculou com sendo da ordem de 20 km/s o desvio para o vermelho do comprimento de onda de um raio luminoso emitido por uma estrela desse tipo.

Contudo, esse modelo de Eddington apresentava uma grande dificuldade, pois a relação massa luminosidade por ele utilizada indicava que, por apresentar uma alta temperatura, uma ***anã branca*** deveria irradiar intensamente de acordo com a relação entre energia térmica e temperatura vista acima. Isso, no entanto, não era observado. Essa dificuldade foi contornada pelo matemático inglês Sir Ralph Howard Fowler (1889-1944), em 1926 (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 87, p. 114), ao mostrar que naquele tipo de estrela, no processo de converter H em He, ela perde energia e contrai-se até que a pressão interna (p) torna-se tão grande, o bastante para causar o colapso de sua estrutura atômica, configurando um estado de *matéria degenerada* formada apenas de elétrons. Desse modo, usando a ***estatística de Fermi-Dirac***, de 1926 (vide verbete nesta série), Fowler demonstrou que o puxão gravitacional ocorrido na estrela é equilibrado pela repulsão dos elétrons "degenerados", repulsão essa decorrente do ***princípio da exclusão de Pauli***, de 1925 (vide verbete nesta série). Desse modo, para essa matéria "degenerada", Fowler encontrou a seguinte relação entre p e a densidade ( ): , e que essa Equação de Estado independe de T. Registre-se que foi ainda em 1926, que Eddington publicou seu livro **The Internal Constitutions of the Stars** (Cambridge University Press), no qual apresenta suas pesquisas sobre a evolução estelar, iniciadas em 1914.

O modelo de Eddington-Fowler foi modificado pelo astrofísico indiano-norte-americano Subrahmanyan Chandrasekhar (1910-1995; PNF, 1983), entre 1931 e 1932 [*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **91**, p. 456 (1931); *Philosophical Magazine* **11**, p. 592 (1931); *Astrophysical Journal* **74**, p. 81 (1931); e *Zeitschrift für Astrophysik* **5**, p. 321 (1932)], ao levar em conta os efeitos relativísticos na Equação de Estado do gás de elétrons "degenerados". Assim, quando a estrela se torna suficientemente densa, a repulsão eletrônica pauliana não será capaz de vencer a atração gravitacional. Desse modo, Chandrasekhar descobriu que nenhuma ***anã branca*** pode ter massa maior do que 1,44 M_S, valor esse que ficou conhecido como ***limite de Chandrasekhar***. Note-se que, em 1938 (*Physical Review* 54, p. 248), os físicos, o germano norte-americano Hans Albrecht Bethe (1906-2005; PNF, 1967) e o norte-americano Charles Louis Critchfield (1910-1994) apresentaram o famoso ***ciclo Hidrogênio-Hidrogênio*** (H-H) como gerador da energia das estrelas tão (ou menos) massivas quanto o Sol. Ainda em 1938 (*Physikalische Zeitschrift* **39**, p. 633), o físico alemão Barão Carl Friedrich von Weizsäcker (1912-2007) propôs o igualmente famoso ***ciclo Carbono-Nitrogênio-Oxigênio-Carbono*** (C-N-O-C) como gerador de energia das estrelas mais massivas do que o Sol, ciclo esse confirmado por Bethe, em 1939 (*Physical Review* **55**, p. 434).

Em 1938 (*Physical Review* **54**, p. 540), os físicos norte-americanos Julius Robert Oppenheimer (1904-1964) e Robert Serber (1909-1997) e, em 1939, Oppenheimer, com a colaboração do físico russo-norte-americano George Michael Volkoff (1914-2000) (*Physical Review* **55**, p. 374) e do físico-norte-americano Hartland Snyder (1913-1962) (*Physical Review* **56**, p. 455) mostraram que, quando todas as fontes termonucleares de energia são exauridas de uma estrela suficientemente pesada, então a contração gravitacional continuará indefinidamente até seu colapso total. Como esse ***colapso***

gravitacional relaciona-se com o ***raio de Schwarzschild***, ele passou a ser conhecido como a **Singularidade de Schwarzschild** (SS).

Segundo nos conta o físico norte-americano John Archibald Wheeler (1911-2008) no livro intitulado **Geons, Black Holes & Quantum Foam: A Life in Physics** (W. W. Norton & Company, 1998) [escrito em colaboração com o físico norte-americano Kenneth William Ford (n.1926), em 1957, ele discutiu com o físico e matemático norte-americano Martin David Kruskal (1925-2006) a ideia de contornar a dificuldade encontrada no tratamento matemático do espaço-tempo na região em torno da SS. Com efeito, à medida que ocorre o ***colapso estelar***, a estrela decresce rapidamente de tamanho até uma distância crítica de seu centro, distância essa conhecida, conforme vimos acima, como o ***raio de Schwarzschild***, de modo que, nessa situação, a luz paira acima da estrela. Assim, o volume esférico no espaço-tempo traçado com esse raio por essa luz é chamado de ***horizonte de eventos da SS*** (hoje, ***horizonte de eventos do buraco negro***). Em 1963 (*Physical Review Letters* **11**, p. 237), o matemático neozelandês Roy Patrick Kerr (n.1934) encontrou uma nova métrica (conhecida como ***métrica de Kerr***, e que significa uma generalização da MS) que representava objetos colapsados gravitacionalmente rotativos (com spin) e descarregados, objetos esses que foram denominados por Wheeler, em 1967, de **buracos negros** (BN). Em 1965 (*Journal of Mathematical Physics* **6**, p. 918), o físico norte-americano Ezra Ted Newman (n.1929) e seus colaboradores W. E. Cough, K. Chinnapared, A. Exton, A. Prakash e R. J. Torrence descreveram ***buracos negros rotativos e carregados***, por intermédio de uma métrica, hoje conhecida como ***métrica de Kerr-Newman***. Vejamos como apareceu o nome desses ***objetos colapsados gravitacionalmente***.

Em agosto de 1967, a astrônoma irlandesa Susan Jocelyn Bell Burnell (n.1943), então estudante do astrônomo inglês Antony Hewish (n.1924; PNF, 1974), descobriu um objeto celeste na *nebulosa de Caranguejo* que emitia vibrações regulares de ondas de rádio, com o período aproximado de segundos, e que, jocosamente, chamou-o de LGM (*Little Green Man*) ("Pequeno Homem Verde"). No outono daquele ano, o físico italiano Vittorio M. Canuto (n.1937), então chefe administrativo do *Goddard Institute for Space Studies*, da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), sediado em New York, convidou Wheeler para apresentar uma conferência objetivando uma possível interpretação dessa descoberta. Em certo instante de sua exposição, na qual argumentava sobre a possibilidade de o centro de tais objetos ser um ***objeto colapsado completamente pela gravidade***, alguém da platéia sugeriu um nome mais compacto: - *How about black hole*? ("Que tal buraco negro?"). Como procurava desesperadamente por um nome compacto para descrever aquela situação física, Wheeler aceitou a sugestão e passou a adotá-la oficialmente, no dia 29 de dezembro de 1967, na conferência realizada na *Sigma X-Phi Beta Kappa*, sediada também em New York. Contudo, na literatura científica, o nome **buraco negro** ("black hole") apareceu nos artigos que Wheeler publicou no *American Scholar* **37**, p. 248 e no *American Scientist* **56**, p. 1, ambos em 1968. Essa história foi contada pelo próprio Wheeler no livro referido acima. É oportuno destacar que, até o momento (16 de abril de 2013), existem apenas conjecturas de que o centro das galáxias seja um BN como, por exemplo, o de nossa *Via Láctea* e que teria uma massa em torno de 4,3 10^6 M_S. Registre-se que, no dia 27 de fevereiro de 2013, astrônomos da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) e da *European Space Agency* (ESA) anunciaram que haviam medido a velocidade de rotação de um BN supermassivo (2 10^6 M_S) no centro da galáxia em espiral NGC 1365. Mais detalhes sobre os BN, ver: Misner, Thorne and Wheeler, op. cit.; Kip S. Thorne, **Black Holes & Time Warps: Einstein´s Outrageous Legacy** (W. W. Norton & Company, 1994); wikipedia/black_hole; www.nasa.gov/nustar.

Concluindo este verbete, é interessante fazer um comentário sobre a escuridão do BN. De um modo geral, o "caminho mais curto" entre dois pontos de uma dada variedade (superfície) geométrica é denominado de ***geodésica*** e definida pela expressão (Dirac, op. cit.; Leite Lopes, op. cit.):

$$\delta \int ds = \delta \int [g_{\mu\nu}(x)\, dx^{\mu}\, dx^{\nu}]^{1/2} = 0 \quad \rightarrow$$

$$d^2 x^\beta/ds^2 + \Gamma^\beta{}_{\mu\nu} (d x^\mu/ds) (d x^\nu/ds) = d v^\beta/ds + \Gamma^\beta{}_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 0,$$

onde $v^\lambda = d x^\lambda/ds$ é a ***4-velocidade relativística*** e s é o tempo próprio (tempo medido em um referencial em repouso).

Agora, consideremos uma partícula caindo em um campo gravitacional esférico com a velocidade v^λ e na direção radial; então, os componentes dessa velocidade serão: $v^0 = dx^0/ds = dt/ds$; $v^1 = dr/ds$; $v^2 = v^3 = 0$. Levando-se esses valores na expressão acima que define a ***geodésica***, considerando-se os valores de g_{00} (g^{00}) g_{11} (g^{11}) e a definição de $\Gamma^\beta{}_{\mu\nu}$, pode-se mostrar que (Dirac, op. cit.):

$$v^0/v^1 = dt/dr = - 2 M G/(r – 2 M G) \rightarrow$$

$$t = - 2 M G \ell n (r – 2 M G) + \text{constante}.$$

Ora, como ℓn 1 = - ∞, então, quando r → 2 M G, t → ∞, o que significa dizer que a partícula leva um tempo infinito para atingir o *raio crítico* r = 2 G M. Assim, se a partícula estiver emitindo um raio de luz, este nunca “sairá” da região limitada pelo *raio crítico*. Note-se que, quando se considera a velocidade c nas expressões usadas neste verbete, então o *raio crítico* é dado por: $r = 2 G M/c^2$ (Leite Lopes, op. cit.).

ANTERIOR SEGUINTE