CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo
www.bassalo.com.br

Descartes como Matemático de Régua e Compasso.

Em verbete desta série, vimos que a antiga crença grega de que a ordem universal era a ***geométrica*** foi fortalecida quando os platônicos [seguidores do matemático grego Pitágoras de Samos (c.560-c.480)] observaram que o irracional poderia ser construído geometricamente por intermédio de **régua e compasso**. Para isso, bastaria desenhar um triângulo retângulo de catetos unitários e sua hipotenusa (de valor , segundo o Teorema de Pitágoras (TP): - *O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos*) poderia ser retirada pelo compasso. Não obstante esse grande feito, os platônicos se defrontaram com uma enorme dificuldade, qual seja, a de construir, geometricamente, com **régua e compasso**, o número (~ 3,1416), que representa a relação entre o comprimento () e o diâmetro () de uma circunferência. Note-se que essa relação já conhecida pelos babilônicos e egípcios, pois seu valor, que consideravam como 3, era importante para calcular o volume do cilindro ($V = \pi r^2 h$) e, também, o do cone ($V = \pi r^2 h/3$). [W. T. Sedgwick, H. W. Tyler e R. P. Bigelow, **História da Ciência: Desde a Remota Antiguidade até o Alvorecer do Século XX** (Editora Globo, 1950)].

A geometrização do número também era fundamental para resolver o famoso problema da ***quadratura do círculo***, isto é, construir geometricamente, com **régua e compasso**, um quadrado de área equivalente a de um círculo de raio unitário. Esse problema, nesse caso especial, era equivalente ao da construção geométrica do , uma vez que a área do círculo unitário vale (lembrar que a área do círculo de raio r, vale: πr^2). Essa questão, associada a mais duas igualmente famosas: ***trissecção do ângulo*** (a divisão de um ângulo qualquer em três partes) e ***duplicação do cubo*** (dobrar o volume de um cubo), cujas soluções geométricas não foram obtidas na Grécia Antiga, quebraram a ordem ***geométrica platônica***. O problema da ***duplicação do cubo*** tem uma história que é interessante narrar. Conta a lenda que, em 429 a.C., o estadista grego Péricles, nascido em Atenas, por volta de 495 a.C., morreu de peste juntamente com um quarto da população de sua cidade natal. Consternados por essa enorme perda, os atenienses consultaram o oráculo de Apolo em Delfos sobre como combater a peste. A resposta dada pelo o oráculo foi a de que o altar de Apolo, que tinha a forma de um cubo, fosse duplicado. Imediatamente foi construído um novo cubo com o dobro da aresta (a) do cubo anterior; porém a peste não acabou. Certamente o oráculo não cumpriu sua palavra, pois os atenienses haviam multiplicado por oito o volume do altar primitivo. O erro dos atenienses decorreu do fato de que eles não sabiam obter, com **régua e compasso**, a raiz cúbica do número dois (). Com efeito, para cumprir a determinação do oráculo, os atenienses deveriam calcular a nova aresta A a partir da expressão (lembrar que o volume de um cubo vale A^3): . Para resolver o problema em questão, os atenienses fizeram o seguinte: . [J. D. Struik (Editor), **A Source Book in Mathematics, 1200-1800** (Harvard University Press, 1969); Morris Kline, **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times** (Oxford University Press, 1972)].

Nos três primeiros séculos da Era Cristã [***Era Comum***, conforme usa a matemática brasileira Tatiana (Marins) Roque (n.1970) em seu excelente livro intitulado **História da Matemática: Uma visão crítica desfazendo mitos e lendas** (Zahar, 2012)], outro problema que intrigou os matemáticos foi a resolução de uma equação do segundo grau (em notação atual): $a x^2 + b x + c = 0$, conhecida como ***Equação Diofantina*** (ED), pois foi estudada, usando o TP, pelo matemático alexandrino-grego Diophantus de Alexandria (c.200/214-c.284/298) no livro 6 de seu tratado **Arithmetica**. Em seu estudo sobre tais equações, conforme vimos em verbete desta série, Diophantus demonstrou que a mesma só tinha solução racional se a expressão $(b/2)^2 - (ac)$ for um quadrado perfeito, isto é, o que hoje é conhecido como ***discriminante*** Δ ($= b^2 - 4ac$) for positivo: $\Delta > 0$. As ED voltaram a ser estudadas pelos matemáticos indianos como, por exemplo, Mahavira (Mahaviracarya) (f.c. 850) e Bhaskara (Bhaskaracarya) (1114-1185). É interessante destacar que a solução da ED hoje dada por: x = ( )/2a = -b/2a [parece que, somente no Brasil, ela é conhecida como ***fórmula de Bhaskara*** (Tatiana Roque, *e-mail*: 11/06/2013)], Bhaskara nunca a tenha usado nessa forma geral, pois, segundo Tatiana (op. cit.), na época dele não existia esse tipo de notação envolvendo letras, o que só aconteceu com o matemático francês François Viète (Vieta) (1540-1603), ao sugerir o uso de vogais representando as incógnitas. É oportuno registrar que eu ouvi falar na ***fórmula de Bhaskara*** quando era aluno do terceiro ano do Curso Científico, no *Colégio Estadual "Paes de Carvalho"* (CEPC) (Belém do Pará), em 1953, por intermédio de um colega de turma, o Adriano Marçal Nogueira.

Agora, vejamos o tema principal deste verbete, qual seja, como o matemático e filósofo francês René du Perron Descartes (1596-1650), em seu ensaio sobre a Geometria incorporado como apêndice do **Discours sur la Méthode** ("Discurso sobre o Método"), de 1637 [René Descartes, **Great Books of the Western World 28** (Encyclopaedia Britannica Inc./Chicago, 1993)], resolveu dois tipos de ED usando **régua e compasso**. Para ver essas soluções, usaremos o livro da professora Tatiana (op. cit.). A primeira delas foi: $z^2 = az + b^2 \leftrightarrow z^2 - az - b^2 = 0$. Descartes, que usava as últimas letras do alfabeto (x, y, z) para representar as incógnitas, apresentou a seguinte solução para àquela equação. Construiu um triângulo retângulo LMN, com os lados LM = b e NL = a/2 (ver Ilustração 1). Então, com centro no ponto N, ele traçou uma circunferência que cortou a hipotenusa MN no ponto P, e encontrou o prolongamento de MN no ponto O. Então, para Descartes, a solução (z) da equação dada acima decorre da soma de dois segmentos: ON (= a/2) e MN (=), isto é: z = a/2 + . É fácil ver que essa solução coincide com a ***fórmula de Bhaskara*** (tomando apenas o sinal + na frente da raiz quadrada, como o próprio Descartes assim considerava), pois basta comparar as duas equações: $z^2 - az - b^2 = 0$ e $ax^2 + bx + c = 0$, e ver que, desta comparação, resulta: a = 1, b = - a e c = $- b^2$. [Lembrar que $(-a)^2 = a^2$.]

ILUSTRAÇÃO LIVRO

Agora, consideremos a outra equação resolvida com **régua e compasso** por Descartes: $z^2 = az - b^2 \leftrightarrow z^2 - az + b^2 = 0$. Para resolvê-la, Descartes usou o mesmo procedimento geométrico do caso anterior: tomou dois segmentos perpendiculares NL = a/2 e ML = b e traçou um círculo de raio a/2 e centrado em N. Porém, ao invés de ligar os pontos M e N, levantou a partir de M uma perpendicular que cortou a circunferência nos pontos Q e R e considerou o ponto O no meio do segmento QR. Então, para Descartes, as duas soluções dessa equação são dadas pelos segmentos: MR (= MO + OR) e MQ (= MO - OQ). A Ilustração 2 nos mostra que (pelo TP): OR = OQ = e MO = a/2. Desse modo, temos: z_1 = a/2 + e z_2 = a/2 - , que coincide com as soluções decorrentes da ***fórmula de Bhaskara***, uma vez que, comparando-se as equações $z^2 - az + b^2 = 0$ e $ax^2 + bx + c = 0$, temos: a = 1, b = - a e c = b^2. [Lembrar que $(-a)^2 = a^2$.]

Concluindo este verbete, é interessante ressaltar que Descartes não considerou a solução geométrica da equação $z^2 = -az - b^2 \leftrightarrow z^2 + az + b^2 = 0$, pois suas duas raízes seriam negativas [$z = -a/2$, usando a ***fórmula de Bhaskara*** e lembrando que $< a/2$, para garantir que a racionalidade da solução conforme Diophantus havia demonstrado e como registramos acima] e, portanto, não poderiam ser representadas por segmentos de reta (Tatiana, op. cit.)

ANTERIOR SEGUINTE