José Maria Filardo Bassalo

www.bassalo.com.br

<u>A Extensão Analítica do Tempo (it) na Física</u>.

Em verbete desta série, vimos como o número imaginário $i = \sqrt{-1}$ foi descoberto e usado na Física e na Matemática. Neste verbete, destacaremos a extensão analítica do tempo (it) em três aspectos da Física. Uma primeira extensão surgiu no desenvolvimento da Teoria da Relatividade Restrita (TRR) e Teoria Quântica dos Campos (TQC). Vejamos como. Segundo vimos em verbete desta série, em 1904 (*Koniklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* **6**, p. 809), o físico holandês Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928; PNF, 1902) demonstrou que as coordenadas espaciais (x, y, z) e o tempo (t) se transformam da seguinte maneira:

$$x' = \gamma\,(x - vt);\; y' = y;\; z' = z;\;\; t' = \gamma\,(t - vx/c^2),\;\; [\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}],$$

ou:

$$dx' = \gamma\,(dx - vdt);\; dy' = dy;\; dz' = dz;\;\; dt' = \gamma\,(dt - vdx/c^2),$$

quando um sistema de coordenadas (x', y', z') se desloca com uma velocidade v constante, paralelamente ao eixo dos x de um sistema de coordenadas (x, y, z). Esse grupo de equações foi denominado de ***Transformações de Lorentz*** (TL) pelo físico e matemático francês Jules Henri Poincaré (1854-1912), em 05 de junho de 1905 (*Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l´Académie de Sciences de Paris* **140**, p. 1504). Em 30 de junho de 1905 (*Annalen der Physik* **17**, p. 891), o físico germano-suíço-norte-americano Albert Einstein (1879-1955; PNF, 1921) re-obteve a TL e a usou para construir a TRR.

Mais tarde, em 1908 (*Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Nachrichten, Mathematisch-Physikalische Klasse*, p. 53), o matemático russo-alemão Hermann Minkowski (1864-1909) mostrou que o uso de it faria com que as TL representassem uma espécie de "rotação" num espaço 4-dimensional definido por: x, y, z, $c(i)t$, com um ***intervalo de universo*** (***métrica pseudo-euclidiana***) definido por:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = \sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \ , \ (\mu, \nu = 1,2,3,4)$$

onde $g_{11} = g_{22} = g_{33} = +1$ e $g_{44} = -1$, são elementos do ***tensor métrico de Minkowski*** ($g_{\mu\nu}$) característico do ***Espaço de Minkowski*** (EM) ou ***espaço-tempo***, e c é a velocidade da luz no vácuo.

Note-se que o EM é hoje a base de toda a TQC, compostas das seguintes teorias (ver detalhes delas em verbetes desta série):

1) ***Eletrodinâmica Quântica*** ["Quantum Electrodynamics"(QED)] – É uma Teoria de Gauge ("Calibre") (TG) que estuda a ***interação eletromagnética*** entre partículas carregadas, envolvendo a troca da partícula chamada de ***fóton*** (γ), não-massiva e de ***spin 1*** (***bóson***). Ela foi desenvolvida, basicamente, nos trabalhos dos físicos: o inglês Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984; PNF, 1933), em 1927 (*Proceedings of the Royal Society of London* **A114**, p. 243; 710) (***Segunda Quantização***) e 1928 (*Proceedings of the Royal Society of London* **A117**, p. 610; **A118**, p. 351) (***Equação de Dirac***); o japonês Sin-Itiro Tomonaga (1906-1979; PNF, 1965), em 1943 (*Rikon-Iho* **22**, p. 545); em 1948, os norte-americanos Richard Philips Feynman (1918-1988; PNF, 1965) (*Physical Review* **74**, p. 939; 1430), Julian Seymour Schwinger (1918-1994; PNF, 1965) (*Physical Review* **74**, p. 1439) e, em 1949 (*Physical Review* **75**, p. 486; 1736), o inglês Freeman John Dyson (n.1923) (***Renormalização da QED***). [Silvan Samuel Schweber, **QED and the Men Who Made it: Dyson, Feynman, Schwinger and Tomonaga** (Princeton University Press, 1994); Maria Cristina Batoni Abdalla, **O Discreto Charme das Partículas Elementares** (EdUNESP, 2004); Leon Lederman and Christopher Hill, **Beyond the God Particle** (Prometheus Books, 2013)];

2) ***Modelo Padrão*** (**GWS**) – É uma TG que estuda a unificação entre as ***interações eletromagnética*** e ***fraca***, envolvendo a troca de ***fótons*** (γ) e as partículas massivas $W^{\pm}$ - e Z^0 [de ***spin 1*** (***bósons***)] entre ***hádrons*** (***bárions*** e ***mésons***) e ***léptons***. Ela foi desenvolvida, basicamente, nos trabalhos dos físicos: o italiano Enrico Fermi (1901-1954; PNF, 1938), em 1934 (*Il Nuovo Cimento* **11**, p. 1; *Zeitschrift für Physik* **88**, p. 161) (***Interação Fraca***); o sueco Oskar Benjamin Klein (1897-1977), em 1938 (*Journal de Physique et le Radium* **9**, p. 1) (***Previsão das*** $\boldsymbol{W^{\pm}}$); os norte-americanos Chen Ning Yang (n.1925; PNF, 1957) (de origem chinesa) e Robert Laurence Mills (n.1927), em 1954 (*Physical Review* **96**, p. 191) [***Teoria de Gauge*** (***Calibre***) ***Não-Abeliana***]; Feynman e o norte-americano Murray Gell-Mann (n.1929; PNF, 1969), em 1958 (*Physical Review* **109**, p.109) (***Teoria V-A***); o brasileiro José Leite Lopes (1918-2006), em 1958 (*Nuclear Physics* **8**, p. 234) (***Previsão da*** $\boldsymbol{Z^0}$); o japonês Yoichiro Nambu (n.1921; PNF, 2008), em 1960 (*Physical Review Letters* **4**, p. 382) e o inglês Jeffrey Goldstone (n. 1933), em 1961 (*Nuovo Cimento* **19**, 154) (***Quebra Espontânea de Simetria***); o inglês Peter Ware Higgs (n.1929; PNF, 2013) (*Physics Letters* **12**, 132; *Physical Review Letters* **13**, p. 508), os belgas François Englert (n.1932; PNF, 2013) e Robert Brout (1928-2011) (*Physical Review Letters* **13**, p. 321), os norte-americanos Gerald Stanford Guralnik (n. 1936) e Carl Richard Hagen (n.1937), e o indiano Thomas Walter Bannerman Kibble (n.1932) (*Physical Review Letters* **13**, p. 585), em 1964 (***Campo de Higgs***); o norte-americano Steven Weinberg (n.1933; PNF, 1979), em 1967 (*Physical Review Letters* **19**, p. 1264) e o paquistanês Abdus Salam (1926-

1996; PNF, 1979), em 1968 (*Proceedings of the Eighth Nobel Symposium*, p. 367) (***Interação Eletrofraca***); os norte-americanos Sheldon Lee Glashow (n.1932; PNF, 1979) e John Iliopoulos (n.1940) (de origem grega), em 1971 (*Physical Review* **D3**, p. 1043) (***Renormalização da Interação Eletrofraca***); o francês Jean Loup Gervais (n.1936) e o japonês Bunji Sakita (n.1930), em 1971 (*Nuclear Physics* **B34**, p. 632); os russos Dimitrii Vasil´evich. Volkov (1925-1996) e V. P. Akulov, em 1972 [*Journal of Experimental and Theoretical Physics (JETP) Letters* **16**, p. 438]; os holandeses Gerardus ´t Hooft (n.1946; PNF, 1999) e Martinus Justinus Godefridus Veltman (n.1931; PNF, 1999), em 1972 (*Nuclear Physics* **B44**, p. 189; **B50**, p. 318); os argentinos Juan José Giambiagi (1924-1996) e Carlos Guido Bollini (1926-2009) (*Nuovo Cimento* **B12**, p. 20; *Physics Letters* **B40**, p.566) e o koreano-norte-americano Benjamin W. Lee (1935-1977) (*Physical Review* **D5**, p. 823), em 1972 (***Regularização Dimensional***); o indiano Jogesh C. Pati (n.1937) e Salam, em 1974 (*Physical Review* **D10**, p. 275); e Glashow e o norte-americano Howard Mason Georgi (n.1937), em 1974 (*Physical Review Letters* **32**, p. 438) (***Teoria da Grande Unificação***). [Martinus Veltman, **Facts and Mysteries in Elementary Particles** (World Scientific, 2003); Abdalla, op. cit.; Lederman and Hill, op. cit.];

3) ***Cromodinâmica Quântica*** ["Quantum Chromodynamics" (QCD)] – É uma TG que estuda a ***interação forte*** entre ***quarks*** e ***antiquarks***, envolvendo a troca da partícula chamada de ***glúon*** (g), não-massiva, de ***spin 1*** (bóson) e em número de oito. Ela foi desenvolvida, basicamente, nos trabalhos dos físicos: o japonês Hideaki Yukawa (1907-1981; PNF, 1949), em 1935 (*Proceedings of the Physical Mathematics Society of Japan* **17**, p. 48) (***Interação Forte***); Gell-Mann (*Physics Letters* **8**, p. 214) e o russo-norte-americano George Zweig (n.1937) (*CERN Preprint* **8182/Th 401**; **8419/ Th 412**), em 1964 [***Teoria de Quarks*** (***Aces***)]; e os norte-americanos David Jonathan Gross (n.1941; PNF, 2004) e Frank Anthony Wilczek (n.1949; PNF, 2004) (*Physical Review Letters* **30**, p. 1343), e Hugh David Politzer (n.1949; PNF, 2004) (*Physical Review Letters* **30**, p. 1346), em 1973 (***Teoria da Supersimetria***). (Veltman, op. cit.; Abdalla, op. cit.; Lederman and Hill, op. cit.).

A segunda extensão analítica de (it) aconteceu no desenvolvimento da ***Mecânica Estatística Quântica***. Vejamos como. Em 1865 (*Annalen der Physik und Chemie* **125**, p. 353), o físico alemão Rudolf Julius Emmanuel Clausius (1822-1888) definiu a ***Segunda Lei da Termodinâmica*** (SLT) por intermédio da função ***entropia*** (S) da seguinte maneira: $\Delta S \geq 0$, onde o sinal (=) indica ***processos reversíveis*** [que admitem a reversão temporal ($t \rightarrow - t$)] e (>), ***processos irreversíveis*** (que não admitem essa reversão). Contudo, enquanto os ***processos reversíveis*** são explicados pela ***Segunda Lei de Newton*** (SLN) (caso linear: $F_x = m\, d^2x/dt^2$, pois ela não se altera quando $t = - t$, o que caracteriza a reversibilidade), o mesmo não acontece com os ***processos irreversíveis***. Muito embora estes processos envolvam colisão de partículas e, portanto, promovendo dada configuração de posições e velocidades das mesmas. Ora, como essas colisões são regidas pela SLN, poderia então ocorrer a inversão das velocidades e, desse modo, voltar a uma situação anterior. Contudo, embora essa situação seja mecanicamente possível, ela é altamente improvável, e nunca foi observado na Natureza, até o presente momento. Se isso fosse possível, poderíamos nos sufocar, pois, de repente e espontaneamente, poderia ocorre o vácuo perto de nosso nariz.

Conforme vimos em verbete desta série, o ***caráter probabilístico*** da SLT foi sugerido pelo físico e matemático escocês James Clerk Maxwell (1831-1879) em uma carta que escreveu, em dezembro de 1867, para o físico inglês Peter Guthrie Tait (1831-1901). Nessa carta, apresentou o seguinte exemplo. Seja um recipiente contendo um gás a uma temperatura fixa; suponhamos que no meio desse recipiente exista uma parede contendo uma janela que poderá ser manejada por um *doorkeep very inteligent and exceedingly quick microscopic eyes* ("porteiro muito inteligente e que tem olhos microscópicos e extremamente rápidos"). Este porteiro deixava passar, através dessa janela, partículas que tivessem velocidades altas e impediria a passagem das que tivessem velocidades baixas, já que, segundo sua distribuição de velocidades, distribuição essa que Maxwell havia proposto em 1860 (*Philosophical Magazine* **19**, p. 19), num gás em equilíbrio, as partículas se distribuem com as mais variadas velocidades. Desse modo, e por ação desse "demônio de Maxwell" [como o definiu o físico inglês William Thomson (Lord Kelvin) (1824-1907)], depois de um certo tempo, um lado do recipiente estaria mais quente que o outro, mostrando, assim, que o fluxo de calor poderia ser em dois sentidos, e não em apenas um, conforme indicava a SLT.

Outro aspecto da necessidade do ***raciocínio probabilístico*** para o entendimento da S foi apresentado pelo físico e químico austríaco Johann Joseph Loschmidt (1821-1895), em 1876 (*Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Wien* **73**, p. 128; 336), por meio do seguinte argumento – mais tarde denominado de ***paradoxo da irreversibilidade*** (PI): - *Sendo a SLN reversível no tempo* (ver acima)*, ela não poderá, portanto, descrever uma função do tipo entropia e os processos irreversíveis que ela descreve.* Por exemplo, arguiu Loschmidt, em todo processo no qual a entropia cresce, existe um processo análogo, com as velocidades das partículas, em que a entropia diminui, significando isso dizer que o aumento ou a diminuição da entropia depende apenas das condições iniciais do sistema físico em consideração. Tal afirmação ia de encontro a SLT.

Note-se que o ***raciocínio probabilístico*** foi introduzido formalmente na SLT, pelo físico austríaco Ludwig Edward Boltzmann (1844-1906), do seguinte modo. Em 1866 (*Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien* **53**, p 195), Boltzmann formulou um modelo mecânico no qual considerou que as partículas de um gás se moviam em órbitas periódicas e, com isso, deduziu uma expressão analítica para a entropia que dependia do período das partículas em suas órbitas, e que aumentava com o tempo. Contudo, esse modelo de Boltzmann foi muito criticado, inclusive por Clausius. Em vista disso, em 1868 (*Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien* **58**, p. 517), Boltzmann apresentou um novo tratamento (ainda mecânico) para a entropia ao admitir que em um gás ideal, composto de um grande número (N) de moléculas, as interações entre elas poderiam ser negligenciadas. Isso significava considerar que as colisões entre as moléculas eram binárias e supor que suas velocidades são não-correlacionadas [hipótese essa conhecida como ***caos molecular*** (*Stosszahlansatz*)] e que já havia sido considerada por Maxwell e Clausius. Assim, para Boltzmann, a energia total (E) nas N moléculas é constante e pode ser distribuída de diversas maneiras, nos chamados ***microestados***.

Apesar dessa nova tentativa de Boltzmann, esse seu novo modelo mecânico não explicou o PI de Loschmidt. Em vista disso, Boltzmann passou a considerar o raciocínio probabilístico, em trabalhos que publicou em 1877 (*Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu Wien* **75**, p 75; **76**, p. 373). Nesses trabalhos, considerou que todos os ***microestados*** [aos quais denominou de ***complexions*** (configurações)] têm a mesma

probabilidade P. Além disso, chamou de ***macroestado*** ao estado no qual uma molécula específica tem energia ε_r. Desse modo, concluiu que a P_r de um ***macroestado*** é proporcional ao número de ***microestados*** nos quais a energia remanescente ($E - \varepsilon_r$) é distribuída entre as $N - 1$ moléculas restantes, e seu valor dada por: $P_r \propto \exp(-\varepsilon_r/kT)$, onde K é a ***constante de Boltzmann*** e T a temperatura absoluta. É oportuno registrar que foi o próprio Boltzmann que, em 1876 (*Wiener Berichte* **74**, p. 553), generalizou a ***lei de distribuição de velocidades maxwelliana***, ao considerar a energia total (E) [energia cinética (E_C) mais energia potencial (E_P)], e não a energia cinética, como admitido por Maxwell (1860), no argumento da exponencial (vide expressão anterior) representativa daquela lei.

Boltzmann considerou o número W (inicial da palavra alemã *Wahrscheinlichkeit*, que significa probabilidade) de configurações (***complexions***) distintas de um macroestado envolvendo suas N ($N = n_0 + n_1 + n_2 + \dots$) moléculas, onde n_0 representa o número de moléculas com energia 0ε, n_1 representa o número de moléculas com energia 1ε, n_2 representa o número de moléculas com energia 2ε, ... , e n_r com energia $r\varepsilon$, onde ε é uma constante positiva e $r\varepsilon < E$. Então, pelo princípio da conservação do número de partículas e da energia, temos: $N = \sum_{i=o}^{r} n_i$ e $E = \sum_{i=o}^{r} i n_i \varepsilon$.

Para calcular W, Boltzmann usou o raciocínio combinatório, ou seja, considerou que: $W(n_0, n_1, n_2, \dots) = N!/(n_0!\ n_1!\ n_2!\ \dots)$ e, desse modo, usando a hipótese das probabilidades iguais, escreveu que a probabilidade $P(n_0, n_1, n_2, \dots)$ de ocorrência de uma configuração pertencente ao conjunto definido pelos "números de ocupação" ($n_0, n_1, n_2, \dots$) é dado por: $P = C\ W$, onde C é uma constante. Ora, como a entropia do sistema considerado é igual a soma das entropias de seus componentes, como as probabilidades das ***complexions*** do mesmo sistema devem ser multiplicadas, e considerando que o logaritmo do produto de números é igual a soma dos logaritmos dos fatores, é fácil ver como Boltzmann chegou à sua célebre expressão para representar a ***entropia***: $S = k\ \ell n W$.

Em 1902, o físico norte-americano Josiah Williard Gibbs (1839-1903) publicou o livro intitulado **Elementary Principles in Statistical Mechanics** (Yale University Press), no qual retomou o trabalho Boltzmann, de 1877 (vide acima), porém, em vez de tratar um gás como constituído de moléculas em constante colisão, como fizera Boltzmann, Gibbs partiu do ***espaço de fase*** Γ, ocupado pelo gás, e trabalhou com uma ***função de distribuição*** (ρ) de pontos nesse espaço. Num certo instante de tempo t, cada ponto no espaço de fase corresponde a uma cópia do sistema estudado, que está sujeito a determinadas condições macroscópicas. Esta é a ideia de ***ensemble***, e corresponde ao W de Boltzmann. Desse modo, para Gibbs, a função ρ satisfazia o Teorema demonstrado pelo matemático francês Joseph Liouville (1809-1882), em 1838 (*Journal de Mathématiques Purês et Appliquées* **3**, p. 561), relacionado com o movimento de um sistema de N partículas, ou seja: $d\rho/dt = \partial\rho/\partial t + \{H, \rho\}$, onde H é o ***operador*** (***energia***) ***hamiltoniano*** ($H \equiv E = E_C + E_P$) [introduzido pelo matemático irlandês Sir William Ronan Hamilton (1805-1865), em 1835 (*Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Part II, p. 247)] e o símbolo {} indica o ***parêntesis de Poisson*** [introduzido pelo matemático francês Siméon Denis Poisson (1781-1840), em 1809 (*Journal de l´Ecole Polytechnique* **8**, p. 266), envolvendo as derivadas parciais das variáveis canonicamente conjugadas, de posição ($q_{i=1,2,\dots N}$) e de momento linear ($p_{i=1,2,\dots N}$)]. De posse de ρ, o valor macroscópico observável de qualquer grandeza física Q [$<Q>$], é dado pela expressão: $<Q> = (\int \rho \ Q \ d\Gamma)/(\int \rho \ d\Gamma)$, sendo: $d\Gamma = (dq_1 \ dq_2 \dots dq_N).(dp_1 \ dp_2 \dots dp_N)$, conhecida como a ***medida de Liouville***.

Usando essas equações, Gibbs analisou alguns tipos de ***ensembles***. Por exemplo, no caso estacionário em que $(\partial\rho/\partial t = 0)$ e H é fixo, tem-se: $\{H, \rho\} = 0$ e, portanto, $d\rho/dt = 0 \rightarrow \rho$ é uma constante. A esse ***ensemble*** Gibbs deu o nome de ***ensemble micro-canônico***, aplicado a sistemas isolados. No caso em que ρ (t), mas a temperatura (T) é mantida fixa, por intermédio de um termostato, Gibbs chamou de ***ensemble canônico***. Além disso, Gibbs definiu o ***ensemble-grande-canônico*** que corresponde à situação física em que um sistema de partículas constituído de moléculas de varias espécies ($\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_N$), e com ***potencial químico*** ($\mu_{i=1,2,\dots,N}$) constante e está em contato com um reservatório termostático. É importante destacar que como o cálculo de ρ depende de H, até o advento da Mecânica Quântica, a partir de 1925 (ver verbete nesta série), tal cálculo era realizado usando as Equações da Mecânica Clássica traduzidas pela ***Equação de Hamilton-Jacobi***: $H + \partial A/\partial t = 0$ [proposta por Hamilton, em 1835, e complementada pelo matemático alemão Carl Gustav Jacob Jacobi (1804-1851), em 1837 (*Journal für Reine und Angewandte Mathematik* **17**, p. 97)], onde A significa a ***ação*** [A(p, q, t)], definida pelo matemático francês Pierre Louis Moureau de Maupertuis (1698-1759), em 1744 (*Mémoires de l´Académie des Sciences de Paris*, p. 417).

Em verbete desta série, vimos que o físico austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961; PNF, 1933) apresentou, em 1926 (*Annales de Physique Leipzig* **79**, p. 361; 489; 734; 747; **80**, p. 437; **81**, p. 136), sua equação (ES): $H\psi(\vec{r},t) = i \ \hbar \ \partial\psi(\vec{r},t)/\partial t$, onde $\psi(\vec{r},t)$ é a ***Função de Onda de Schrödinger***, e $\hbar = h/2\pi$, sendo h a ***constante de Planck***. Quando um <u>sistema isolado</u> (SI) evolui no tempo, tem-se: $\psi(\vec{r},t) = \sum_n c_n(t)\Phi_n(\vec{r})$, onde $\Phi_n(\vec{r})$ são autofunções autonormadas de um dado operador dinâmico do sistema físico considerado e definidas pela equação: $H \ \Phi_n = E_n \ \Phi_n$, com $< \Phi_m \mid \Phi_n > = \delta_{mn}$, e $\mid c_n(t) \mid^2$ indica a probabilidade de encontrar o sistema isolado na posição $\vec{r}$.

Por sua vez, a ***Mecânica Estatística Quântica*** [composta das estatísticas: ***Bose-Einstein***, proposta em 1924 pelos físicos, o indiano Satyendra Nath Bose (1894-1974) (*Zeitschrift für Physik* **26**, p. 178) e, independentemente, por Einstein (1879-1955; PNF, 1921) (*Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Mathematisch-Physikalische Klasse, Sitzungsberichte*, p. 261); e ***Fermi-Dirac***, proposta em 1926, por Fermi (*Zeitschrift für Physik* **26**, p. 178) e, independentemente, por Dirac (*Proceedings of the Royal Society of London* **A112**, p. 661)] trata de sistemas que interagem com o mundo exterior e, portanto, sob o ponto de vista quântico, o verdadeiro SI é constituído pelo sistema físico (x) e mais o exterior (y). Desse modo, a Ψ desse SI envolve coordenadas (x) tanto do sistema físico dado, como as coordenadas (y) do mundo exterior. Se $\Phi(x)$ representa um conjunto completo de funções autonormadas e estacionárias do sistema físico e c_n (y, t) a função de onda do mundo exterior, então a função de onda do SI, será dada por: $\Psi(x, y, t) = \sum_n c_n(y,t)\Phi_n(x)$.

Em 1928 (*Zeitschrift für Physik* **52**, p. 555), o físico suíço-norte-americano Felix Bloch (1905-1983; PNF, 1952) apresentou seu estudo sobre a condução eletrônica nos metais tendo como base o hoje célebre ***Teorema de Bloch***, segundo o qual a função de onda do elétron [também conhecido como ***estado de Bloch***: $\Psi(\vec{r})$] em um auto-estado de energia em uma rede cristalina de período ($\vec{a}$) é dada pelo produto de uma função periódica [$u(\vec{r} + \vec{a}) = u(\vec{r})$] por uma onda plana [$\exp(i\vec{k} \bullet \vec{r})$], teorema esse traduzido pela expressão: $\Psi(\vec{r}) = u(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \bullet \vec{r})$, sendo $\vec{k}$ o *vetor de onda do cristal* e $\vec{r}$ é a coordenada do elétron. Em 1932 (*Zeitschrift für Physik* 74, p. 295), Bloch demonstrou que o ***operador densidade*** (ρ) de um ***ensemble canônico quântico*** definido pela expressão: $\rho = \exp(-\beta H)$, satisfaz a seguinte equação diferencial, conhecida como ***Equação Diferencial de Bloch*** (EDB): $H \rho = -\partial \rho/\partial \beta$, com $\beta\, \hbar$ tendo a dimensão de tempo (t). De posse dessa equação, Bloch fez uma *extensão analítica do tempo* (it), por intermédio da seguinte definição: $\beta\, \hbar = i\, t$ e, levando-a em sua equação mostrou que ρ satisfaz a uma equação do tipo ES: $H\rho(x, y, t) = i\, \hbar\, \partial\, \rho(x, y, t)/\partial\, t$. Portanto, usando a técnica de solução da ES por intermédio dos ***Propagadores de Feynman*** (***Integrais de Caminho de Feynman*** -ICF) [Richard Phillips Feynman and Albert Roach Hibbs, **Quantum Mechanics and Path Integrals** (McGraw-Hill, 1965)], calcula-se ρ e, de posse dele, estamos aptos a estudar a ***Mecânica Estatística Quântica***. [Kerson Huang, **Statistical Mechanics** (John Wiley & Sons, Incorporation, 1963); Ryogo Kubo, **Statistical Mechanics** (North-Holland Publishing Company, 1971); Richard Phillips Feynman, **Statistical Mechanics: A Set of Lectures** (Addison-Wesley Publishing Company, 1972); José Maria Filardo Bassalo, Mauro Sérgio Dorsa Cattani e Antonio Boulhosa Nassar, **Aspectos Contemporâneos da Física**, EDUFPA (2000)].

Por fim, vejamos a ***extensão analítica do tempo*** (it) na ***Cosmologia***. Para entendê-la, teremos de apresentar uma breve história da Cosmologia. Em verbetes desta série, vimos que, em 1915 (*Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften* **2**, p. 778; 799; 831; 844), Einstein postulou que a presença da energia-matéria no espaço induz neste uma ***geometria não-euclidiana***, de modo que a força gravitacional entre os corpos no Universo é dada pela curvatura do espaço. Esse postulado é traduzido pela equação (EE): $R_{\mu\nu} - (1/2)\, g_{\mu\nu}\, R = G_{\mu\nu} = -\, k\, T_{\mu\nu}$, sendo $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$, onde $R_{\mu\nu}$ é o ***tensor contraído de Riemann-Christoffel*** ou ***tensor de Ricci***, $G_{\mu\nu}$ é o ***tensor de Einstein***, $g_{\mu\nu}$ ($g^{\mu\nu}$) é o ***tensor métrico***, $T_{\mu\nu}$ é o ***tensor energia-matéria***, e k é a ***constante de gravitação de Einstein***. Ao analisar sua equação, Einstein postulou que a curvatura do espaço deveria ser <u>independente do tempo</u>, ou seja, que o Universo deveria ser ***estático***. Logo depois, em 1916 (*Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften* **2**, p. 189; 424), o astrônomo alemão Karl Schwarszchild (1873-1916) encontrou uma singularidade (infinito) na solução da EE. Por outro lado, ao procurar, em 1917 (*Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften* **1**, p. 142), as soluções estáticas de sua equação, Einstein observou que as mesmas eram impossíveis. Então, para contornar essa dificuldade, formulou a hipótese de que as forças entre as galáxias são independentes de suas massas e variam na razão direta da distância entre elas, isto é, que havia uma ***repulsão cósmica***, além, é claro, da atração gravitacional newtoniana. Matematicamente, essa hipótese significava acrescentar ao primeiro termo de sua equação – o famoso ***termo cosmológico*** ou ***termo de repulsão cósmica***: $\Lambda\, g_{\mu\nu}$, onde Λ é a hoje famosa ***constante cosmológica***, isto é: $G_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = -\, k\, T_{\mu\nu}$. Desse modo, Einstein demonstrou que o Universo era finito e de curvatura positiva, indicando que sua ***geometria não-euclidiana*** era ***esférica***. Assim, *se um astronauta viajasse através de uma* ***geodésica*** *do mesmo, deveria voltar ao ponto de partida, porém ele nunca atingiria o seu passado*. Em virtude disso, esse ***modelo cosmológico*** ficou conhecido como ***Universo Cilíndrico de Einstein***.

Ainda 1917 (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **78**, p. 3; 341; *Koniklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam Proceedings* **19**, p. 1217; **20**, p. 229), o astrônomo holandês Willem de Sitter (1872-1934) encontrou outra ***solução estática*** da ***equação de Einstein***. Com efeito, ao supor que o Universo era vazio, demonstrou que o espaço-tempo era curvo, razão pela qual seu modelo ficou conhecido como ***Universo Esférico de de Sitter***. Por sua vez, em 1922 (*Zeitschrift für Physik* **10**, p. 377), o matemático russo Aleksandr Aleksandrovitch Friedman (1888-1925) formulou a hipótese de que a matéria do Universo se distribuía uniformemente, e, desse modo, encontrou duas ***soluções não-estáticas*** para a ***equação de Einstein***. Numa delas, o Universo se expandiria com o **tempo** e na outra, se contrairia. Em 1925 (*Astrophysical Journal* **62**, p. 409) e em 1926 (*Astrophysical Journal* **63**, p. 236; **64**, p. 321), o astrônomo norte-americano Edwin Powell Hubble (1889-1953) realizou, no *Observatório de Monte Wilson*, observações que o levaram a afirmar que o Universo estava em expansão. Em vista disso, em 1927 (*Annales de la Societé Scientifique des Bruxelles* **A47**, p. 49), o astrônomo belga, o Abade Georges-Henri Edouard Lemaître (1894-1966) formulou um modelo cosmológico segundo o qual o Universo teria começado a partir da ***explosão*** de um ***átomo primordial*** (***ovo cósmico***) que conteria toda a matéria do Universo.

Em prosseguimento dessa breve história da Cosmologia, vejamos a ***singularidade de Schwarszchild***. Em 27 de novembro de 1783, o filósofo natural e geólogo inglês John Michell (1724-1793) discutiu na *Royal Society of London* a possibilidade de estrelas suficientemente compactas parecerem totalmente escuras. Em 1795, o matemático e astrônomo francês Pierre Simon, Marquês de Laplace (1749-1827), em seu célebre trabalho intitulado **Exposition du Système du Monde** ("Exposição do Sistema do Mundo"), voltou a mencionar essa mesma possibilidade usando a Mecânica Celeste Newtoniana Com o desenvolvimento da EE, a observação de Hubble sobre a ***expansão do Universo***, e o estudo sobre a evolução estelar [a partir do famoso ***diagrama de Hertzsprung-Russel*** (1911/1914) (vide verbete nesta série)], entre 1938 e 1939, o físico norte-americano Julius Robert Oppenheimer (1904-1964), com a colaboração dos também físicos norte-americanos Robert Serber (1909-1997) [*Physical Review* **54**, p. 540 (1938)], George Michael Volkoff (1914-2000) (de origem russa) [*Physical Review* **55**, p. 374 (1939)] e Hartland Snyder (1913-1962) [*Physical Review* **56**, p. 455 (1939)], mostraram que quando todas as fontes termonucleares de energia são exauridas de uma estrela suficientemente pesada, então a contração gravitacional continuará indefinidamente até seu colapso total [colapso esse denominado pelo físico norte-americano John Archibald Wheeler (1911-2008), em 1968 (*American Scholar* **37**, p. 248; *American Scientist* **56**, p. 1), de ***buraco negro*** (*black hole*) (BN)].

Em 1948, em trabalhos independentes dos astrofísicos, o inglês Sir Fred Hoyle (1915-2001) (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **108**, *p. 372*), o austro-inglês Sir Hermann Bondi (1919-2005) e o austro-norte-americano Thomas Gold (1920-2004) (*Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **108**, p. 252), haviam proposto o então conhecido ***modelo cosmológico estacionário.*** Ainda em 1948 (*Physical Review* **73**, p. 893), os físicos norte-americanos George Antonovich Gamow (1904-1968) (de origem russa) e Ralph Asher Alpher (1921-2007) apresentaram o famoso artigo no qual o ***ovo cósmico lemaîtriano*** formado de nêutrons, *explodiu*, em certo instante do tempo [em 1950, Hoyle denominou esse instante de ***Big Bang***, em um programa da *British Broadcasting Corporation* (BBC) intitulado **The Nature of Things** ("A Natureza das Coisas"), hoje conhecida como ***Cosmic***

Microwave Background (“*Radiação Cósmica de Fundo de Microonda*” (RCFM)], em prótons e elétrons e, estes, ao colidirem com nêutrons ainda remanescentes, foram gradualmente formando os elementos químicos, processo esse conhecido como ***nucleossíntese***. É oportuno registrar que, como Gamow convenceu seu amigo, o físico germano-norte-americano Hans Albrecht Bethe (1906-2005; PNF, 1967) a também assinar esse artigo, o mesmo ficou conhecido como ***modelo cosmológico αβγ*** (Alpher-Bethe-Gamow). Também em 1948 (*Physical Review* **74**, p. 1198), por Alpher e o físico norte-americano Robert C. Herman (1922-1997), também colaborador de Gamow, encontraram para a RCFM o valor de aproximadamente 5 K. Em 1949 (*Reviews of Modern Physics* **21**, p. 447), o matemático austro-húngaro Kurt Gödel (1906-1978) encontrou uma solução para a ***equação de Einstein*** na qual o Universo é infinito, sem tempo cosmológico, estático (sem expansão) e giratório. Assim, nesse ***Universo de Gödel***, *um foguete pode viajar para qualquer região do passado, presente ou futuro e voltar atrás* [Kurt Gödel, **A Remark about the Relationship between Relativity Theory and Idealistic Philosophy**, ***IN***: Paul Arthur Schilpp (Editor), **Albert Einstein: Philsopher-Scientist** (Open Court, 1970)].

A polêmica entre os dois modelos cosmológicos: ***expansivo-explosivo*** e ***estático*** foi resolvida em favor do primeiro quando, em 1965, em trabalhos independentes, o teórico dos norte-americanos, os astrofísicos Robert Henry Dicke (1916-1997), Phillip James Edwin Peebles (n.1935), Peter Guy Roll e David Todd Wilkinson (1935-2002) (*Astrophysical Jornal* 142, p. 414) e o experimental dos radio-astrônomos norte-americanos Arno Allan Penzias (n.1933; PNF, 1978) (de origem alemã) e Woodrow Wilson (n.1936; PNF, 1978), encontram para a RCFM o valor de (3.5 ± 1) K (ver verbete nesta série).

Muito embora a detecção da RCFM, em 1965, tenha dado bastante crédito ao ***Modelo Cosmológico do Big Bang*** (MCBB), este começou a ser contestado nas décadas de 1960 e 1970, em virtude de sua dificuldade em explicar quatro grandes problemas (*puzzles*). O primeiro deles, conhecido como ***problema do horizonte*** (*horizon puzzle*), refere-se à homogeneidade e isotropia do Universo; o segundo, conhecido como ***problema da planura*** (*flatness puzzle*), diz respeito à densidade Ω de massa do Universo, cujo valor, de acordo com o MPBB, é dado por: Ω – 1 proporcional a $t^{2(1-n)}$, com $n < 1$. Assim, se $\Omega < 1$, a densidade de massa é insuficiente para deter a expansão, e o Universo continuará a expandir-se para sempre; se $\Omega > 1$, a expansão acabará, e o Universo presumivelmente colapsará em outra “bola de fogo” (*big crunch*), significando que ele é ***fechado***; por fim, se $\Omega = 1$, então a expansão seguirá para sempre, e sempre diminuindo, mas sem chegar nunca a parar totalmente, indicando que o Universo é ***plano***. O terceiro dos problemas enfrentados pelo MPBB relaciona-se com as ***inhomogeneidades*** (*inhomogeneity puzzle*) do Universo observável, composto de galáxias, aglomerados de galáxias e superaglomerados de galáxias, uma vez que, por aquela teoria, esse espectro de não-uniformidade deve ser considerado *ad hoc* no MPBB, como parte de suas condições iniciais. Por fim, o quarto problema tem haver com a produção de ***monopolos magnéticos*** (MM) na ocasião do início do Universo, daí esse problema ser conhecido como o ***problema dos monopolos*** (*monopole puzzle*). Registre que tais partículas, previstas pelo físico inglês Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984; PNF, 1933), em 1931, ainda não foram definitivamente observadas (agosto de 2014).

É interessante salientar que a RCFM foi explicada, em 1967 [*Pis´ma Zhurnal Eksperimental´noi I Theoreticheskoi Fiziki* **5**, p. 32 (*JEPT Letters* **5**, p. 24)], pelo físico russo Andrey Dmitriyevich Sakharov (1921-1989; PNPaz, 1975) como decorrente da violação da ***simetria carga-paridade*** (SCP) logo após o BB. Com efeito, segundo o MCBB, se a SCP fosse preservada, essa ***explosão*** deveria produzir quantidades iguais de matéria e antimatéria [p.e.: próton (p) e antipróton ($\overline{p}$); elétron (e^-) e pósitron (e^+)] e que se cancelariam, segundo o mecanismo do ***aniquilamento***, produzindo um mar de ***fótons***. A quebra da SCP, segundo Sakharov, é a responsável de hoje só existir apenas matéria hadrônica (bárions e mésons) no Universo (≈ 5%), já que, por ocasião do BB, para cada bilhão (10^9) de aniquilamento (p - $\overline{p}$) sobrou um p e que 99% dos fótons do Universo (RCFM) resultaram desse aniquilamento. O restante (1%) decorre da luz vinda das estrelas.

Em 1969 [*Nuovo Cimento* (*Numero Speciale*) **1**, p. 252], o físico inglês Roger Penrose (n.1931) mostrou que existe uma superfície no espaço-tempo em torno de um BN, conhecida como ***ergosfera*** ou ***horizonte de eventos*** (HE), na qual qualquer objeto que nela adentre poderá sofrer dois efeitos: ou desaparecerá em seu interior, ou será devolvido para fora dele com energia maior que tinha antes. Essa superfície apresenta a propriedade de não deixar escapar nada de seu interior. Mais tarde, em 1974 (*Nature* **248**, p. 30) e em 1975 (*Communications in Mathematical Physics* **43**, p. 199), Hawking conjecturou a hoje famosa ***Radiação de Hawking*** (RH). Vejamos como. Segundo a Mecânica Quântica (Teoria Quântica de Campos), pares de partículas-antipartículas virtuais são constantemente criados e imediatamente aniquilados no vácuo quântico. Contudo, perto do HE de um BN, devido à atração gravitacional, uma das partículas do par pode ser capturada pelo BN enquanto a outra escapa constituindo a RH. Ainda para Hawking, essa radiação ocorria aleatoriamente [devido ao ***Princípio da Incerteza de Heisenberg*** (PI) (1927) (ver verbete nesta série)], ou seja, ela seria incapaz de carregar ***informação***.

Voltemos aos ***puzzles*** do MCBB. Eles foram resolvidos por ***Modelos Cosmológicos Inflacionários*** (MCI), desenvolvidos no final da década de 1970 e no começo da década de 1980. Com efeito, em 1979 (*Zhurnal Eksperimental´noi i Teoretiskoi Fiziki Pis´ma* **30**, p. 719), o físico russo Aleksandr A. Starobinsky (n.1950) apresentou a ideia de ter havido um ***período inflacionário*** na criação do Universo; em 1981 (*Physical Review* **D23**, p. 347), o físico norte-americano Alan Harvey Guth (n.1947) apresentou seu ***Modelo Inflacionário*** (MI), segundo o qual o Universo teria também começado com um BB, ocorrido entre 15 e 20 bilhões de anos atrás, porém, logo em seu começo sofreu um período de expansão muito acelerada, isto é, uma ***inflação***, durante o qual o Universo passou do tamanho de um próton para o tamanho de uma uva (aumentou cerca de 10^{50} vezes), durante o período de 10^{-35} segundos contado a partir do BB. No entanto, esse ***Modelo Cosmológico Inflacionário de Starobinsky-Guth*** (MCIS-G) apresentava um problema: se a fase de transição entre o Universo "super-resfriado" e o estado de expansão linear atual ocorresse subitamente, haveria a formação de "bolhas" (como ocorre no surgimento de cristais de gelo em qualquer água superfria) que se expandiriam gradualmente e se juntariam umas às outras, até a situação de expansão linear do Universo que perdura até hoje. Porém, mesmo que as "bolhas" crescessem à velocidade da luz, estariam se afastando umas das outras e, portanto, nunca se juntariam. Essa dificuldade foi resolvida, em 1982, em trabalhos independentes realizados pelos físicos, o russo Andrei Dimitrievich Linde (n.1948), e os norte-americanos Andréas Albrecht (*Physics Letters* **B129**, p. 177) e Paul Joseph Steinhardt (n.1952), ao formularem o ***Novo Modelo Cosmológico Inflacionário*** (NMCI), segundo o qual o fato de as "bolhas" não se juntarem poderia ser evitado se fossem tão grandes que nossa região do Universo estivesse toda contida numa única bolha que, no entanto, deveria ser maior do que o Universo à época, conforme foi mostrado pelo astrofísico inglês Stephen William Hawking (n.1942) e seus colaboradores Ian G. Moss e John M. Stewart, em 1983 (*Physical Review* **D26**, 2681), e que as flutuações quânticas iniciais deveriam crescer mais do que o esperado. O próprio Linde, em 1983 (*Physics Letters* **B129**, p. 177), apresentou o ***Modelo Cosmológico Inflacionário Caótico*** (MCIC), no qual não há transição de fase ou super-resfriamento.

Para concluir este verbete, vejamos a ***extensão analítica do tempo*** (it) na ***Cosmologia*** seguindo a narrativa de Hawking em seu recente livro: **A Minha Breve História** (Gradiva, 2014). Em 1982, Hawking decidiu escrever um livro popular sobre o Universo sem, contudo, usar expressões matemáticas complicadas, usando apenas os conceitos fundamentais da Cosmologia. Porém, para ele, a história do Universo teria uma infinidade de maneiras para contá-la. E, para evitar a pergunta capital sobre o que havia antes do instante (t) em que o Universo foi criado (BB: t = 0), ele considerou, basicamente, dois conceitos: o Universo não tem fronteiras [p.e: como a Terra e seus dois polos: não existe nada acima (abaixo) do Polo Norte (Sul)] e, a sua História, seria a soma de todas as histórias possíveis. Ora, como ele conhecia que Feynman havia resolvido a ES usando a técnica da ***Integral de Caminho***, segundo a qual a $\psi(\vec{r},t)$, solução da ES, seria dada pela expressão: $\psi(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\vec{r},\vec{r}_0;t,t_0)\psi(\vec{r}_0,t_0)d\vec{r}_0$, onde K (a,b) = $\int_a^b \exp[(i/\hbar)S_C(a,b)]D\vec{r}(t)$ é o ***Propagador de Feynman*** (PF), sendo que S_C (a,b) é a ***ação clássica*** e $D\vec{r}(t)$ é a ***medida de Feynman***, indicando esta que devemos realizar a integral (∫) sobre todos os caminhos conectando os estados │a, 0> e │b, t> [Richard Phillips Feynman and Albert Roach Hibbs, **Quantum Mechanics and Path Integrals** (McGraw-Hill Book Company, 1965)].

É oportuno anotar que, em 1964 (*Physical Review Letters* **12**, p. 742), o físico norte-americano Bryce Seligman DeWitt (1923-2004), apresentou a ideia de considerar ***funções de onda*** para calcular as probabilidades de locação de uma partícula em uma ***geometria de espaço-tempo*** e não em um ***espaço de Hilbert***, de dimensão infinita, como acontecem com as ***funções de Schrödinger*** na Mecânica Quântica, as chamadas ***funções de onda sobre geometrias***. Depois de conversar com Wheeler e discutir com mesmo essa ideia, os dois resolveram trabalhar juntos na mesma e, em 1967 (*Physical Review* **160**, p. 1113; **162**, p. 1195; 1239) propuseram a hoje famosa ***Equação de Wheeler-DeWitt*** (EW-DW), em notação atual (ver verbete nesta série): [Bassalo & Caruso, **Einstein** (Livraria da Física, 2013)]:

$$\left\{-\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{9\pi^2}{4G^2}\left[kR^2 - \frac{\Lambda}{3}R^4 - \frac{8\pi G}{3}cR^{1-\gamma}\right]\right\}\Psi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \hat{H}(x)|\Psi >= 0,$$

onde G é a ***constante gravitacional***, Λ é o ***termo cosmológico***, r(t) = R(t) s, sendo s um fator de escala, γ = 1 para a ***radiação gravitacional*** , γ = 0 para a ***matéria gravitacional***, $c \neq 0$ é uma constante, k = 0, + 1, -1, dependendo da geometria (plana, esférica e hiperbólica), e $\hat{H}(x)$ é o ***operador hamiltoniano forçado*** ("constraint") da TRG. Essa equação se aplica apenas ao ***campo gravitacional*** (Ψ) e não para uma partícula em movimento nesse mesmo campo.

Quando, em 1982, Hawking se encontrava no *Institute of Theoretical Physics*, em Santa Barbara, na Califórnia, teve oportunidade de discutir suas ideias sobre a ***quantização da gravitação*** com seu antigo colaborador, o astrofísico inglês James ("Jim") Burnett Hartle (n. 1939). [Note-se que, em 1971 (*Communications in Mathematical Physics* **27**, p. 283), eles haviam estudado: em 1976 (*Physical Review* **D13**, p. 2188), o fluxo de energia e momento angular em um BN; e, em 1976 (*Physical Review* **D13**, p. 2188), o estado de vácuo do lado de fora de um BN]. Nessa discussão, eles procuraram uma nova maneira de calcular como as partículas são emitidas de um BN (durante a RH) somando todos os caminhos que a partícula tinha que seguir para escapar do BN. Para isso, era necessário considerar a função de onda schrödingeriana (Ψ_U) usada por Wheeler e DeWitt pata representar o Universo e resolver a ES correspondente usando a técnica do PF. Porém, o uso dessa técnica envolve o aparecimento de divergências (valores infinitos) em virtude de o <u>tempo ser real</u>. Para contornar essa dificuldade eles fizeram a ***extensão analítica do tempo*** (i t), isto é, consideraram o <u>tempo imaginário</u> e, em vista disso, mostraram que a probabilidade de uma partícula ser emitida por um BN estava relacionada com a probabilidade de uma partícula cair no mesmo, da mesma maneira como as probabilidades de emissão e absorção de fótons na radiação térmica do ***corpo negro***, confirmando assim a RH, analisada antes. A substituição do <u>tempo newtoniano</u> por um <u>tempo imaginário</u> significa uma abordagem euclidiana da gravitação, com a vantagem de que o ***espaço euclidiano do tempo*** dos BN é plano e não contém singularidades como na Cosmologia Einsteiniana. O resultado dessa discussão foi apresentado por Hartle e Hawking, em 1983 (*Physical Review* **D28**, p. 2960). É interessante ressaltar que o ***Estado Quântico Hartle-Hawking***, para o qual não existe fronteira, pois o Universo é infinitamente finito, e nem tempo antes do BB, pois o tempo não existia antes da formação do <u>espaço-tempo</u> associado com o BB e a subsequente expansão do Universo no espaço e no tempo. [Stephen William Hawking, **Brief History of Time: From the Big Bang to Black Holes** ("Uma Breve História do Tempo: Do Big Bang aos Buracos Negros") (Bantam Dell Publishing Group, 1988); (Rocco, 1988)]; Hawking (2014), op. cit.; wikipedia.org/Wheeler_DeWitt].

Para fechar este verbete, é interessante registrar que este trabalho de Hartle e Hawking faz parte do desenvolvimento da ***Cosmologia*** (***Gravitação***) ***Quântica*** (CQ), embora desacreditada no começo da década de 1980, ela tem tomado outros rumos, graças a vários trabalhos, com destaque para os dos físicos, o italiano Carlo Rovelli (n.1956) e o norte-americano Lee Smolin (n.1955). [Bassalo & Caruso, **Einstein** (Livraria da Física, 2013)].