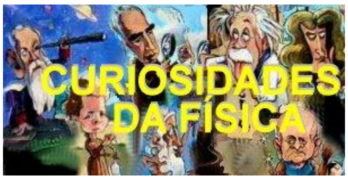

José Maria Filardo Bassalo
www.bassalo.com.br

Geometrias: Analítica e Diferencial.

Os três célebres problemas de ***Geometria*** da Antiguidade (ver verbete nesta série): ***quadratura do círculo*** (quadrado de área equivalente a de um círculo de raio unitário), ***trissecção do ângulo*** (divisão de um ângulo qualquer em três partes) e ***duplicação do cubo*** (dobrar o volume de um cubo), usando apenas régua e compasso, só começou a ser resolvido quando surgiu o estudo da Álgebra, pelos matemáticos árabes, sendo o mais célebre deles, o também astrônomo Abu Ja´far Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi (c.800-c.847) (nascido em Chiva, à época capital da Corásmia, no sul da cidade do rio Oxo e no atual Uzbequistão), em seu famoso livro intitulado **Kitab al-Mukhtasar fi Hissab al Jabr wa-l-Muqabala** ("Livro do Cálculo Algébrico e Confrontação"), escrito em por volta de 830. Com o desenvolvimento dessa parte da Matemática, mostrou-se que a solução geométrica de certo problema por intermédio de régua, só poderá ser encontrada se este problema puder ser escrito na forma de uma equação algébrica linear com coeficientes racionais. Por outro lado, a solução de um problema pelo compasso, só poderá ser obtida se o mesmo puder ser traduzido por uma equação algébrica quadrática (do segundo grau) também com coeficientes racionais. No entanto, a ***trissecção do ângulo*** e a ***duplicação do cubo***, levam, respectivamente, a equações algébricas cúbicas dos seguintes tipos: $4\ x^3 - 3\ x - a = 0$, sendo a uma fração própria, e $x^3 - 2 = 0$, daí por que não podem ser resolvidas por régua e compasso. Por seu lado, o problema da ***quadratura do círculo*** teria a seguinte formulação algébrica: $L^2 = \pi\ r^2$, que é uma equação envolvendo duas variáveis: o lado L do quadrado e o raio r do círculo.

Por sua vez, a formalização da representação algébrica de ***figuras geométricas*** (***Geometria de Coordenadas***) foi desenvolvida pelos franceses, o matemático Pierre Fermat (1601-1665) e o filósofo e matemático René du Perron Descartes (1596-1650): Fermat, em seu livro **Ad Locos Planos et Solidos Isagoge** ("Introdução a Lugares Planos e Sólidos"), escrito em 1629 e publicado postumamente, em 1679; e Descartes no apêndice intitulado **La Géométrie** ("A Geometria") de seu famoso livro **Discours de la Méthode pour bien Conduire sa Raison, et Chercer la Vérité dans les Sciences** ("Discurso do Método para Conduzir sua Razão, e Procurar a Verdade nas Ciências"), publicado em 1637. [René Descartes, **Great Books of the Western World 28** (Encyclopaedia Britannica, Inc., Chicago, 1993)]. Na ***Geometria de Coordenadas*** [denominada de ***Geometria Analítica*** (hoje: ***Álgebra Linear***) pelo matemático inglês Samuel Horsley (1733-1806), em seu livro **Opera Omnia** ("Obras Completas"), publicado entre 1779 e 1785], desenvolvida por Fermat e Descartes, por exemplo, as secções cônicas do matemático grego Apolônio de Perga (Pérgamo) (c.261-190), apresentam as seguintes expressões algébricas (em notação atual):

$x^2 + y^2 = r^2$ (círculo de raio r); $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ (elipse de semi-eixos a e b);

$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ (hipérbole de semi-eixos a e b);

$y = a\,x^2$ (parábola simétrica em relação ao eixo y e sendo a um parâmetro).

É interessante destacar que, como vimos em verbete desta série, em 1675, o matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), começou a escrever seus célebres manuscritos que contribuíram para o desenvolvimento do hoje famoso ***Cálculo Diferencial e Integral***, nos quais ele começou a desenvolver as regras de diferenciação, apresentadas mais tarde, em 1684. Com efeito, neste artigo intitulado **Nova Methodus pro Maximis et Minimis item que Tangentibus quae nec fractas nec Irrationales Quantitates Moratur et Singulare pro illis Calculi Genus** ("Novo método para máximos e mínimos assim como para tangentes não impedidas por quantidades nem fracionais nem irracionais e um importante tipo de cálculo para elas”), Leibniz apresentou as regras de diferenciação (em notação atual):

$$d\,[u\,(x) + v\,(x)] = du + dv; \quad d(uv) = udv + vdu; \quad d(u/v) = (vdu - udv)/v^2$$

bem como demonstrou como se calculam tangentes, máximos e mínimos (dv = 0), concavidade e convexidade, e pontos de inflexão [d (dv) = 0], para diversas curvas. O método apresentado nesse seu artigo de 1684 ficou mais tarde conhecido como ***Geometria Diferencial***.

Por fim, na conclusão deste verbete, registre-se que os três famosos problemas da Grécia Antiga e referidos acima foram paulatinamente sendo resolvidos na medida em que a Matemática foi evoluindo. Por exemplo, a solução do mais famoso deles, a ***quadratura do círculo***, foi sendo encontrada em várias etapas. Primeiro, o matemático suíço-alemão Johann Heinrich Lambert (1728-1777), em 1770, mostrou que π era um número irracional. Por sua vez, o matemático francês Adrien-Marie Legendre (1752-1833), em 1794, mostrou que π não poderia ser a raiz de uma equação algébrica com coeficientes racionais. Por fim, o matemático alemão Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852-1939), em 1882 provou que π não satisfaz a qualquer equação algébrica com coeficientes racionais. Desse modo, ficou confirmado que o π é um ***número transcendental***, pois segundo o matemático e físico suíço Leonhard Euler (1707-1783), *ele transcende o poder dos métodos algébricos*. [Carl B. Boyer, **A History of Mathematics** (John Wiley and Sons, 1968); J. D. Struik (Editor), **A Source Book in Mathematics, 1200-1800** (Harvard University Press, 1969); Morris Kline, **Mathematical Thought from Ancient to Modern Times** (Oxford University Press, 1972)].