



SEARA DA CIÊNCIA CURIOSIDADES DA FÍSICA

José Maria Bassalo



As Divergências na Teoria de Dirac, a Renormalização e a Eletrodinâmica Quântica.

O acoplamento da "segunda quantização Diraciana" com a Equação de Dirac (ED) (temas tratados em outro verbete desta série) tornou possível estudar o espalhamento da radiação pela matéria, bem como o espalhamento entre elétrons e entre elétrons e pósitrons. Contudo, esse acoplamento apresentava uma série de dificuldades. Por exemplo, quando era estudada a interação de elétrons com o campo eletromagnético, usava-se o método perturbativo, uma vez que esse tipo de interação envolve a **constante de estrutura fina** ($\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$). Desse modo, os primeiros cálculos eram realizados em primeira ordem segundo aquele método, pois se acreditava que os termos de ordem mais alta deveriam ser desprezíveis, em virtude do pequeno valor de α . No entanto, quando tais termos eram considerados na série perturbativa, apareciam certas integrais divergentes, isto é, infinitas.

A divergência apontada acima foi encontrada em diversos trabalhos. Com efeito, em 1929 e 1930 (*Zeitschrift für Physik* 56; 59, p. 1; 168) os físicos, o alemão Werner Karl Heisenberg (1901-1976; PNF, 1932) e o austro-suíço-norte-americano Wolfgang Pauli Junior (1900-1958; PNF, 1945) encontraram divergências quando aplicaram a "segunda quantização Diraciana" ao estudarem a interação entre elétrons, divergências essas que se relacionavam com a auto-energia dos elétrons. A mesma relação foi encontrada, em 1930 (*Physical Review* 35, p. 461), pelo físico norte-americano Julius Robert Oppenheimer (1904-1967) ao estudar a auto-energia do elétron. Ele percebeu que quando um elétron interage com um campo eletromagnético, há um acréscimo de "energia infinita" do sistema (devido a ser infinita a auto-energia do elétron) e, conseqüentemente, há um deslocamento infinito de todas as linhas espectrais emitidas por um sistema quântico.

Ainda em 1930 (*Zeitschrift für Physik* 63, p. 54) os físicos, o austríaco Victor Frederick Weisskopf (1908-2002) e o húngaro Eugene Paul Wigner (1902-1995; PNF, 1963) se depararam com uma integral divergente ao aplicarem os trabalhos de Dirac ao estudo da largura natural das linhas espectrais. Todavia, como a teoria perturbativa era insuficiente para tratar esse problema, eles usaram um outro método baseado em uma lei exponencial temporal.

Durante a década de 1930 novas divergências foram encontradas no acoplamento, já referido, entre a "segunda quantização Diraciana" e a ED. [Para um estudo mais detalhado dessas divergências, ver o livro intitulado **QED and the Men who Made it: Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga** (Princeton University Press, 1994), do físico norte-americano Silvan Samuel Schweber (n.1958).] Com efeito, em 1934 (*Zeitschrift für Physik* 89, p. 27), Weisskopf calculou a auto-energia do elétron (ε) estudando a sua interação com o seu próprio campo de radiação, conforme Pauli havia lhe sugerido. Nesse cálculo, encontrou que ε divergia quadraticamente. Contudo, o físico norte-americano Wendell Hinkle Furry (1907-1984) ao tomar conhecimento desse cálculo, verificou que havia um erro no mesmo, e escreveu uma carta para Weisskopf indicando-lhe que a divergência era logarítmica e não quadrática. Assim, ainda em 1934 (*Zeitschrift für Physik* 90, p. 53; 817), Weisskopf apresentou a nova expressão para ε :

$$\varepsilon = m_0 c^2 + \frac{3}{2\pi} m_0 c^2 \frac{e^2}{hc} \ln(\lambda_0 / a),$$

onde e e m_0 representam, respectivamente, a carga e a massa de repouso do elétron, c é a velocidade da luz no vácuo, h é a constante de Planck, e a é o raio clássico do elétron. É oportuno registrar que a auto-energia clássica do elétron é dada por $\varepsilon_0 = e^2 / 2a$.

Ao investigar a razão física dessa divergência, Weisskopf demonstrou, inicialmente, em 1936 (*Det K ngelige Danske Videnskabernes Selskab Matematisk-Fysiske Meddelanden* 14, p. 1) e, posteriormente, em 1939 (*Physical Review* 56, p. 72), que ela decorre da a o mútua entre o elétron e a flutua o do vácuo, na qual há a produ o de pares de elétron-p sitr n e, quando o elétron desse par se aproximasse do elétron real, o **Princípio da Exclusão de Pauli** (formulado em 1925) induz uma mudança na densidade de carga próxima a esse elétron, havendo, conseqüentemente, diminui o de sua auto-energia.

Um outro tipo de divergência logarítmica na "segunda quantiza o Diraciana" apareceu quando se estudou o espalhamento de elétrons por um campo elétrico est tico (potencial Coulombiano), espalhamento esse conhecido como **Bremsstrahlung** ("rea o de frenagem"). Essa divergência surge quando se calcula a sec o de choque (σ) para esse espalhamento e se considera que não há emissão de fótons de baixa freq ncia, conforme se pode ver pela expressão:

$\sigma \propto \ln(m / \lambda_{\min})$, onde λ_{\min} refere-se ao comprimento de onda do fóton de baixa freq ncia emitido no espalhamento. Portanto, observa-se que quando não há emissão de fótons

($\lambda_{\min} \rightarrow 0$), então $\sigma \rightarrow \infty$. Esse tipo de infinito, que ficou conhecido na literatura científica como **catástrofe do infravermelho**, foi contornado pelos físicos norte-americanos Felix Bloch (1905-1983; PNF, 1953) e Arnold Nordsieck (n.1911), em 1937 (*Physical Review* 52, p. 54), ao considerarem que fótons (virtuais) de baixa energia acompanham uma carga elétrica (o elétron) quando se move livremente, aliás, como ocorre classicamente.

As divergências logarítmicas vistas até aqui demonstravam que havia uma inconsistência entre a massa teórica ("bare", que significa "nua", em inglês) do elétron (m_{teo}) (desacoplada de seu campo eletromagnético), com a massa deste observada experimentalmente (m_{exp}). Desse modo, a parte do campo eletromagnético que acompanha uma carga elétrica atua sobre esta e produz uma "massa eletromagnética". Essa foi a idéia básica considerada pelo físico holandês Hendrik Anthony Kramers (1894-1952), em 1938 (*Nuovo Cimento* 15, p. 108), logo considerada como a **renormaliza o da massa**, isto é, a massa teórica do elétron era acrescida de uma parcela correspondente à energia de intera o entre o elétron e seu próprio campo (auto-energia):

$$m_{exp} \equiv m_{obs} = m_{teo} + \delta m$$

Um outro exemplo de divergência logarítmica e que levou, também, a um outro processo de renormaliza o, relaciona-se com o vácuo de elétrons com energia negativa no "mar de Dirac".

Vejamos como ocorre essa divergência. Ao ser colocada uma carga nuclear $Q_0 = Z|e|$ nesse "mar", pares virtuais de elétron-p sitr n são criados devido ao campo Coulombiano de Q_0 e, portanto, elétrons desse par são atraídos para essa carga, enquanto os p sitr ns tendem a se afastar para o infinito. Assim, a carga líquida do núcleo observada para grandes distâncias, porém finitas, é a sua carga original ("nua"), parcialmente diminuída pelas cargas dos elétrons virtuais. Essa situa o   análoga ao que acontece com uma carga elétrica q colocada em um meio dielétrico de constante dielétrica ξ , em que ela passa a ter o valor q / ξ_0 , onde ξ_0 é a constante dielétrica do vácuo. Dessa maneira, os pares virtuais elétron-p sitr n fazem o vácuo comportar-se como um "meio polarizável", com

$\xi = \xi_0 + \xi_{campo}$, sendo $\xi_0 \propto \ln(\Lambda / m)$, onde Λ é o mais alto momento linear considerado no cálculo e ξ_{campo} tem um valor finito. Registre-se que os primeiros estudos sobre a **polariza o do vácuo** foram

realizados, em 1934, por Dirac (*Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 30, p. 150) e pelo físico alemão Werner Karl Heisenberg (1901-1976; PNF, 1932) (*Zeitschrift für Physik* 90; 92, p. 209; 692), e, em 1935, em trabalhos distintos, pelos físicos norte-americanos Robert Serber (1909-1997) (*Physical Review* 48, p. 49) e Edwin Albrecht Uehling (1901-1985) (*Physical Review* 48, p. 55). Essa "polarização do vácuo" indicava que o valor observado de uma carga elétrica colocada no vácuo é menor do que seu valor "nu". É interessante notar que Serber, em 1936 (*Physical Review* 49, p. 545), introduziu a expressão **renormalização da carga** ao voltar a tratar da "polarização do vácuo". A diminuição da carga elétrica do elétron pelo efeito de "polarização do vácuo", em notação atual dada por:

$$e_{\text{obs}}^2 = \left[1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln(\Lambda/m)^2\right] e_{\text{teo}}^2,$$

calculada por Uehling, em 1935, permitiu-lhe mostrar que os estados eletrônicos da "onda s" do átomo de hidrogênio teriam maior probabilidade de penetrar no núcleo desse átomo, e que, portanto, provocaria um abaixamento de 27 MHz no nível de energia daqueles estados. Por essa razão, tal resultado ficou conhecido como **efeito Uehling**. Aliás, a ED não permitia calcular essa diferença, pois os níveis de energia $2s_{1/2}$ e $2p_{1/2}$ por ela determinados, eram degenerados. Note-se que essa degenerescência havia sido estudada, em 1932 (*Physical Review* 44, p. 1031), pelos físicos norte-americanos Edwin Crawford Kemble (1889-1984) e Richard David Present (1913-1983).

A diferença de energia indicada acima foi medida, em 1937 (*Physical Review* 51, p. 446) pelo físico norte-americano William Houston (1900-1968) e, em 1938 (*Physical Review* 54, p. 558), pelo biofísico norte-americano Robley Cook Williams (1908-1995). Ainda em 1938 (*Physical Review* 54, p. 1113), o físico norte-americano Simon Pasternack (1914-1976) apresentou a primeira explicação teórica para essa diferença, qual seja, devia-se a uma repulsão de curto alcance, entre o elétron e o próton. Em vista disso, esse efeito passou a ser conhecido como **efeito Uehling-Pasternack**.

Nesse meio tempo, técnicas de microondas foram largamente desenvolvidas durante a *Segunda Guerra Mundial* (1939-1945). Desse modo, usando tais técnicas, em 1947 (*Physical Review* 72, p. 241), os físicos norte-americanos Willis Eugene Lamb Junior (n.1913; PNF, 1955) e Robert Curtis Retherford (1912-1981) mostraram, experimentalmente, que a passagem de uma microonda ($\sim 1.000Mc / \sim 0.033cm^{-1}$) através de átomos de hidrogênio convertia o estado $2p_{1/2}$ no estado $2s_{1/2}$. Estava, portanto, confirmado o **efeito Uehling-Pasternack** que, no entanto, passou a ser conhecido com **desvio Lamb** ("Lamb shift"). É oportuno destacar que, usando essa mesma técnica experimental, os físicos norte-americanos Polykarp Kusch (1911-1993; PNF, 1955) (de origem alemã) e Henry Michael Foley (1917-1982), também em 1947 (*Physical Review* 72, p. 1256), mediram o momento magnético do elétron e encontraram uma pequena diferença com o valor teórico previsto pela ED.

Quando as experiências citadas acima foram apresentadas na *Conferência de Shelter Island*, realizada no período 2-4 de junho de 1947, os participantes começaram a discutir a validade dos trabalhos de Dirac (ver detalhes no referido livro do Schweber). Um desses participantes, o físico germano-norte-americano Hans Albrecht Bethe (1906-2005; PNF, 1967), na viagem de trem de volta à Universidade de Cornell, fez um primeiro cálculo do "Lamb shift" usando a técnica matemática empregada (inclusive por ele) para tratar das divergências referidas anteriormente (técnica essa conhecida como "Eletrodinâmica Divergente" ou "Física das Subtrações") e, com isso, obteve o valor de $1040Mc$, próximo do valor experimental de $1000Mc$. Contudo, apesar desse bom resultado, ele observou que seu cálculo não satisfazia à invariância relativística e, por isso, reuniu os físicos que trabalhavam com ele [dentre os quais fazia parte o norte-americano Richard Philips Feynman (1918-1988; PNF, 1965)], deu um curso para eles

objetivando encontrar a invariância desejada. No fim do curso, Feynman foi a Bethe e disse-lhe que já havia resolvido o problema proposto, porém, por uma via completamente nova, por intermédio de certas integrais, hoje conhecidas como Integrais de Caminho ("Path Integrals") de Feynman. O leitor poderá encontrar detalhes desse método desenvolvido por Feynman, em seus dois livros: **Quantum Electrodynamics** (W. A. Benjamin, 1962) e **Quantum Mechanics and Path Integrals** (McGraw-Hill, 1965), este escrito com o físico norte-americano Albert Roach Hibbs (1924-2003).

Um cálculo semelhante ao de Bethe foi realizado por Weisskopf e seu aluno, o físico norte-americano James Bruce French (1921-2002), que trabalhavam no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). De posse desse cálculo, comunicaram-se com Feynman (em Cornell) e com o físico norte-americano Julian Seymour Schwinger (1918-1994; PNF, 1965) (em Harvard) que haviam calculado, em 1948, e independentemente, o "Lamb shift". Contudo, enquanto Feynman (*Physical Review* 74, p. 939; 1430) usou seu novo formalismo, Schwinger (*Physical Review* 74, p. 1439) usou a representação da interação covariante da ED. Registre-se que esse tipo de representação havia sido desenvolvido pelo físico japonês Sin-itiro Tomonaga (1906-1979; PNF, 1965), em 1943 (*Rikon-Iho* 22, p. 545), ao compensar os infinitos relativos à massa e à carga elétrica do elétron que apareciam na "Física de Subtrações", introduzindo termos infinitos opostos na Hamiltoniana relativista que havia considerado na ED.

Como o valor obtido por Feynman e Schwinger era diferente do encontrado por Weisskopf e French, estes retardaram a publicação de seu trabalho. E, durante cerca de sete meses, trabalharam na esperança de encontrar o erro que supostamente haviam praticado. Entrementes, o próprio Lamb e o físico norte-americano Norman Myles Kroll (n.1922) fizeram um novo cálculo para o "Lamb shift" e encontraram um valor bem próximo do obtido por Weisskopf e French. Quando Feynman tomou conhecimento desse cálculo, telefonou para Weisskopf e disse-lhe: *Você está certo e estou errado. Desculpas por haver retardado a publicação do trabalho de vocês.* Assim, em 1949, o volume 75 da *Physical Review* publicou os artigos de Lamb e Kroll (p. 388) e de Weisskopf e French (p. 1240). Ainda em 1949, no volume 76 dessa mesma revista, Feynman publicou um trabalho (p. 769) no qual reproduziu o mesmo resultado de Weisskopf e French, e aproveitou a oportunidade para reiterar (agora, publicamente), o pedido de desculpas que já fizera a esses físicos. É oportuno registrar que, também em 1949 (*Physical Review* 75, p. 486; 1736), o físico inglês Freeman John Dyson (n.1923) demonstrou que as "regras de Feynman", hoje conhecidas como **diagramas de Feynman**, desenvolvidas em 1948, eram consequência direta da formulação invariante relativística da **Teoria Quântica de Campos**, desenvolvida por Tomonaga, em 1943, e por Schwinger, em 1948. A partir daí, começou o estudo do que hoje se conhece como **Eletrodinâmica Quântica** ("Quantum Electrodynamics" - QED).